

ΚΩΔΙΚΑΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΜΕ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ ΣΕ ΚΛΕΙΣΤΕΣ ΚΟΙΛΟΤΗΤΕΣ ΜΕ ΔΙΑΧΥΤΙΚΕΣ ΚΑΙ ΓΚΡΙΖΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ

Επιμέλεια: Νίκος Βασιλειάδης (φοιτητής TMM, 6^ο εξάμηνο)
1^η έκδοση προγράμματος (Μάιος 2014)

Αναπτύσσεται πρόγραμμα, το οποίο επιλύει κοιλότητες N διαχυτικών και γκριζων επιφανειών. Αρχικά εισάγεται ο αριθμός των επιφανειών της κοιλότητας και στη συνέχεια για κάθε επιφάνεια $i=1,\dots,N$ και ο χρήστης προσδιορίζει, ανάλογα με τα δεδομένα, αν είναι γνωστή η θερμοκρασία ή η ροή θερμότητας. Στη συνέχεια για κάθε επιφάνεια προσδιορίζονται το μήκος, η θερμοκρασία ή η θερμοροή, η ολική ικανότητα εκπομπής και οι συντελεστές όψεως της επιφάνειας προς τον εαυτό της και προς τις άλλες $N-1$ επιφάνειες. Με βάση αυτά τα δεδομένα, το κώδικας διαμορφώνει ένα γραμμικό αλγεβρικό σύστημα που επιλύεται για τις άγνωστες θερμοροές ή/και θερμοκρασίες. Σημειώνεται ότι το σύστημα είναι γραμμικό επειδή η επίλυση γίνεται με αγνώστους όχι τις ίδιες τις θερμοκρασίες αλλά τις θερμοκρασίες υψωμένες εις την τετάρτη δύναμη. Η επίλυση βασίζεται στον αλγόριθμο απαλοιφής Gauss-Jordan με πλήρη οδήγηση. Ακολουθεί ο κώδικας σε Fortran:

Program CavitySolver

Implicit none

Doubleprecision,Allocatable::L(:),E(:),TH(:),F(:,:),X(:),A(:,:)

Character,Allocatable::U(:)

Integer,Allocatable::TX(:)

Real::t,pivot,s,sb=5.670373/10**8

Integer::i,j,n,k

Write*,'("Insert number of surfaces:")'

Read*,n

Allocate(L(n),E(n),TH(n),U(n),F(n,n),TX(n),X(n),A(n,n+1))

Do i=1,n

Do While (U(i)/='q' .and. U(i)/='Q' .and. u(i)/='t' .and. U(i)/='T')

Write*,'((/,"For surface",(I3),":",(2x),"Press Q for unknown heat flux & or T for unknown temperature")) i

Read*,U(i)

Enddo

Enddo

Do i=1,n

Write*,'((/,"Insert length [m] of surface",(I3))) i

Read*,L(i)

If (U(i)=='q' .or. U(i)=='Q')then

Write*,'((/,"Insert temperature [K] of surface",(I3))) i

Read*,TH(i)

Else

Write*,'((/,"Insert heat flux [W/m] of surface",(I3))) i

Read*,TH(i)

Endif

```

Write(*,'( /, "Insert total emissivity of surface", (I3))') i
Read*,E(i)
Do j=1,n
    Write(*,'( /, "Insert view factor F", (I3), "-->", (I3))') i,j
    Read*,F(i,j)
Enddo
Enddo

Do i=1,n
    A(i,n+1)=0
    Do j=1,n
        If (U(j)=='q' .or. U(j)=='Q') then
            If (i==j) then
                A(i,j)=(1/E(j)-F(i,j)*(1-E(j))/E(j))/L(j)
                A(i,n+1)=A(i,n+1)+(1-F(i,j))*sb*TH(j)**4
            Else
                A(i,j)=-F(i,j)*(1-E(j))/E(j)/L(j)
                A(i,n+1)=A(i,n+1)-F(i,j)*sb*TH(j)**4
            Endif
        Else
            If (i==j) then
                A(i,j)=-F(i,j)*sb
                A(i,n+1)=A(i,n+1)-TH(j)*(1/E(j)-F(i,j)*(1-E(j))/E(j))/L(j)
            Else
                A(i,j)=F(i,j)*sb
                A(i,n+1)=A(i,n+1)+TH(j)*F(i,j)*(1-E(j))/E(j)/L(j)
            Endif
        Endif
    Enddo
Enddo
Enddo
Do i=1,n
    TX(i)=i
Enddo
k=1
Do While (k<=n)

    pivot=find_pivot(3,k)

    If (pivot==0) then
        Print*,'User tried to calculate N unknown temperatures.'
        Print*,'User must specify at least one &
& temperature for the problem to be solvable!'
        Stop
    Endif

    Do j=k,n+1
        A(k,j)=A(k,j)/pivot
    Enddo

```

```

Do i=k+1,n
  t=a(i,k)
  Do j=k,n+1
    A(i,j)=A(i,j)-A(k,j)*t
  Enddo
Enddo
k=k+1
Enddo

```

```

x(n)=a(n,n+1)
Do i=n-1,1,-1
  s=0
  Do j=i+1,n
    s=s+a(i,j)*x(j)
  Enddo
  x(i)=a(i,n+1)-s
Enddo

```

```

Write(*,'(-----SOLUTION-----)',(/)')

```

```

Do i=1,n
  If (U(TX(i))=='q' .or. U(TX(i))=='Q') then
    Write(*,'(The heat flux per unit length &
    & Q',"(",I3,")",2x,"=",2x,(F12.2),2x,"Watt/meter")') TX(i),X(i)
    Write(*,'(/)')
  Else
    Write(*,'(The temperature T',"(",I3,")",2x,"=",2x,(F12.2),2x,"Kelvin")') &
    & TX(i),X(i)**0.25
    Write(*,'(/)')
  Endif
Enddo

```

Contains

```

real function find_pivot(s,k)
integer,intent(IN)::s,k
integer::i,maxi,maxj,t
real::max,temp
max=a(k,k)
maxi=k
maxj=k
Do i=k,n
  Do j=k,n
    If (abs(a(i,j))>abs(max)) then
      max=a(i,j)
      maxi=i
      maxj=j
    Endif
  Enddo
Enddo

```

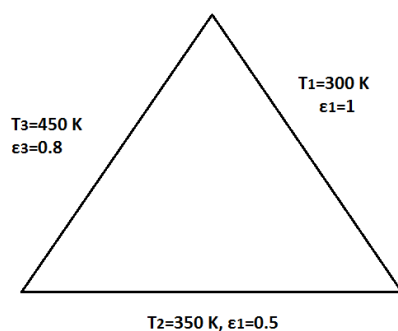
```

Enddo
If (maxi/=k) then
  Do j=1,n+1
    temp=a(k,j)
    a(k,j)=a(maxi,j)
    a(maxi,j)=temp
  Enddo
Endif
If (maxj/=k) then
  Do i=1,n
    temp=a(i,k)
    a(i,k)=a(i,maxj)
    a(i,maxj)=temp
  Enddo
t=TX(k)
TX(k)=TX(maxj)
TX(maxj)=t
Endif
find_pivot=max
End function find_pivot
End program

```

Στη συνέχεια ο κώδικας εφαρμόζεται σε δύο παραδείγματα:

1) Επίλυση τριγωνικής ισόπλευρης κοιλότητας με μήκη πλευρών $L_1=L_2=L_3=1 \text{ m}$.



Λόγω της συμμετρίας του προβλήματος εύκολα παρατηρούμε ότι:

$$\begin{aligned}
 F_{11}=0, & & F_{12}=0.5, & & F_{13}=0.5 \\
 F_{21}=0.5, & & F_{22}=0, & & F_{23}=0.5 \\
 F_{31}=0.5, & & F_{32}=0.5, & & F_{33}=0
 \end{aligned}$$

Οι σύστημα εξισώσεων που πρέπει να επιλυθεί είναι το εξής:

$$\begin{aligned}
 \frac{Q_1}{L_1} \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - F_{1-1} \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} \right) - \frac{Q_2}{L_2} F_{1-2} \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} - \frac{Q_3}{L_3} F_{1-3} \frac{1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_3} &= (1 - F_{1-1}) \sigma T_1^4 - F_{1-2} \sigma T_2^4 - F_{1-3} \sigma T_3^4 \\
 - \frac{Q_1}{L_1} F_{2-1} \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{Q_2}{L_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - F_{2-2} \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \right) - \frac{Q_3}{L_3} F_{2-3} \frac{1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_3} &= -F_{2-1} \sigma T_1^4 + (1 - F_{2-2}) \sigma T_2^4 - F_{2-3} \sigma T_3^4 \\
 - \frac{Q_1}{L_1} F_{3-1} \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} - \frac{Q_2}{L_2} F_{3-2} \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} + \frac{Q_3}{L_3} \left(\frac{1}{\varepsilon_3} - F_{3-3} \frac{1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_3} \right) &= -F_{3-1} \sigma T_1^4 - F_{3-2} \sigma T_2^4 + (1 - F_{3-3}) \sigma T_3^4
 \end{aligned}$$

Λύση συστήματος: $Q_1 = -1067.33 \text{ W/m}$, $Q_2 = -191.97 \text{ W/m}$, $Q_3 = 1259.30 \text{ W/m}$

Ακολουθούν τα δεδομένα εισόδου και αποτελέσματα του κώδικα Fortran:

```
Insert number of surfaces:
3
For surface 1: Press Q for unknown heat flux or T for unknown temperature
q
For surface 2: Press Q for unknown heat flux or T for unknown temperature
q
For surface 3: Press Q for unknown heat flux or T for unknown temperature
q
Insert length [m] of surface 1
1
Insert temperature [K] of surface 1
300
Insert total emissivity of surface 1
1
Insert view factor F 1--> 1
0
Insert view factor F 1--> 2
0.5
Insert view factor F 1--> 3
0.5
Insert length [m] of surface 2
1
Insert temperature [K] of surface 2
350
Insert total emissivity of surface 2
0.5
Insert view factor F 2--> 1
0.5
Insert view factor F 2--> 2
0
Insert view factor F 2--> 3
0.5
Insert length [m] of surface 3
1
Insert temperature [K] of surface 3
450
Insert total emissivity of surface 3
0.8
Insert view factor F 3--> 1
0.5
Insert view factor F 3--> 2
0.5
Insert view factor F 3--> 3
0
-----SOLUTION-----
The heat flux per unit length Q( 2) =      -191.97 Watt/meter

The heat flux per unit length Q( 3) =      1259.30 Watt/meter

The heat flux per unit length Q( 1) =     -1067.33 Watt/meter

Press RETURN to close window..._
```

Η συμφωνία ανάμεσα στα αποτελέσματα είναι πολύ καλή.

Στη συνέχεια εξετάζεται για το ίδιο πρόβλημα η περίπτωση όπου οι θερμορές Q1 και Q3 όπως και η θερμοκρασία T2 είναι γνωστές με αγνώστους τις ποσότητες Q2, T1 και T3. Η περίπτωση αυτή υπολογιστικά είναι πιο σύνθετη.

Το σύστημα που επιλύεται είναι το εξής:

$$\begin{aligned}
 -(1 - F_{1-1})\sigma T_1^4 - \frac{Q_2}{L_2} F_{1-2} \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} + F_{1-3}\sigma T_3^4 &= -\frac{Q_1}{L_1} \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - F_{1-1} \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} \right) - F_{1-2}\sigma T_2^4 + \frac{Q_3}{L_3} F_{1-3} \frac{1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_3} \\
 F_{2-1}\sigma T_1^4 + \frac{Q_2}{L_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - F_{2-2} \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \right) + F_{2-3}\sigma T_3^4 &= \frac{Q_1}{L_1} F_{2-1} \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} + (1 - F_{2-2})\sigma T_2^4 + \frac{Q_3}{L_3} F_{2-3} \frac{1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_3} \\
 F_{3-1}\sigma - \frac{Q_2}{L_2} F_{3-2} \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} - (1 - F_{3-3})\sigma T_3^4 &= \frac{Q_1}{L_1} F_{3-1} \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} - F_{3-2}\sigma T_2^4 - \frac{Q_3}{L_3} \left(\frac{1}{\varepsilon_3} - F_{3-3} \frac{1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_3} \right)
 \end{aligned}$$

Εισάγοντας τα νέα δεδομένα το πρόγραμμα δημιουργεί το παραπάνω σύστημα εξισώσεων. Θέτοντας $T_i^* = T_i^4$ το σύστημα μετατρέπεται σε ένα γραμμικό αλγεβρικό σύστημα 3x3 το οποίο λύνεται με απαλοιφή Gauss. Δίδοντας τις τιμές των Q1 και Q3 που έχουν προκύψει από την προηγούμενη εφαρμογή και για την ίδια θερμοκρασία T2 προκύπτουν τα αποτελέσματα που συμπίπτουν με τα προηγούμενα.

```

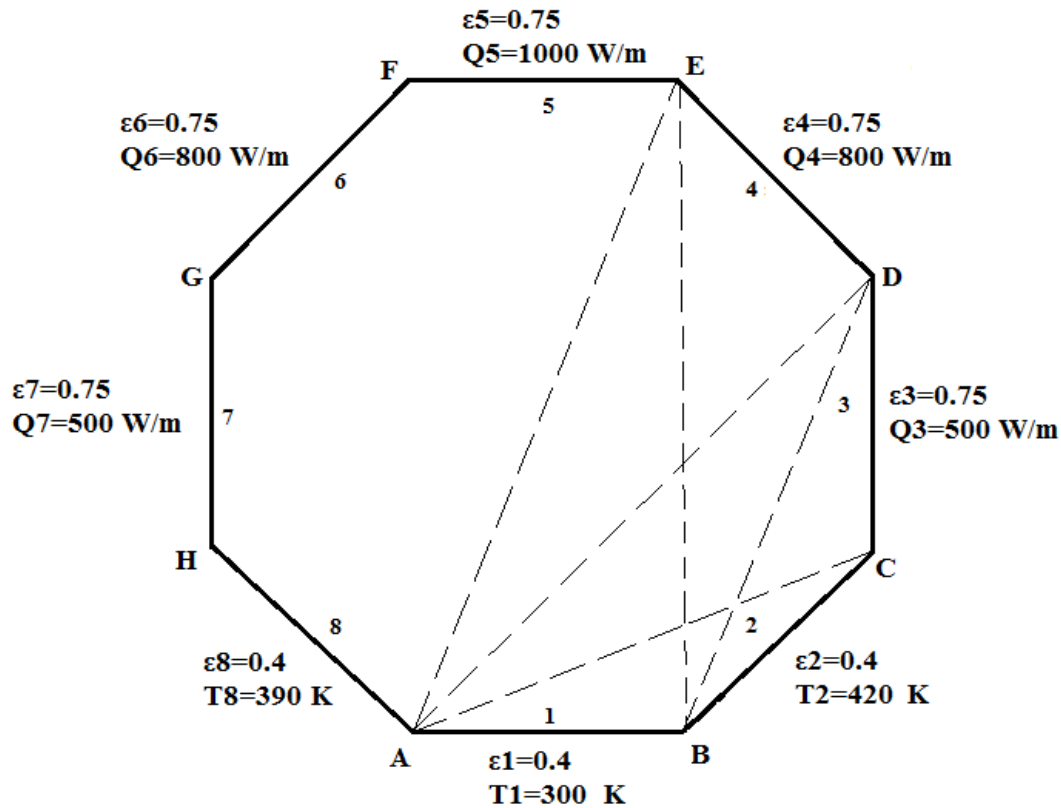
-----SOLUTION-----
The heat flux per unit length Q( 2) =      -191.97 Watt/meter

The temperature T( 1) =      300.00 Kelvin

The temperature T( 3) =      450.00 Kelvin
  
```

2. Επίλυση κανονικής οκταγωνικής κοιλότητας με $L_1=L_2=L_3=L_4=L_5=L_6=L_7=L_8=0.5\text{ m}$.

Για 8 επιφάνειες θα πρέπει να υπολογίσουμε 64 συντελεστές όψεως. Λόγω της συμμετρίας της κοιλότητας ως προς την μεσοκάθετο κάθε πλευράς οι ανεξάρτητοι συντελεστές όψεως είναι 5.



Επειδή οι επιφάνειες που εξετάζουμε είναι επίπεδες: $F_{ii}=0 \Rightarrow F_{11}=0$

Με το θεώρημα των διασταυρούμενων χορδών και λόγω της συμμετρίας του προβλήματος έχουμε:

$$F_{12}=F_{18}=0.0762, \quad F_{13}=F_{17}=0.1406, \quad F_{14}=F_{16}=0.1837$$

Οι συντελεστές όψεως από μία επιφάνεια i πρέπει να αθροίζονται στην μονάδα άρα:

$$F_{11}+F_{12}+F_{13}+F_{14}+F_{15}+F_{16}+F_{17}+F_{18} = 1 \Rightarrow F_{15}=0.199$$

Έχοντας υπολογίσει τους 5 ανεξάρτητους συντελεστές όψεως $F_{11}, F_{12}, F_{13}, F_{14}, F_{15}$ μπορούμε να πάμε και να εισάγουμε τα στοιχεία του προβλήματος στο πρόγραμμα.

Δεδομένα εισόδου και αποτελέσματα κώδικα Fortran:

```
Insert number of surfaces:
8
For surface 1: Press Q for unknown heat flux or T for unknown temperature
q
For surface 2: Press Q for unknown heat flux or T for unknown temperature
q
For surface 3: Press Q for unknown heat flux or T for unknown temperature
t
For surface 4: Press Q for unknown heat flux or T for unknown temperature
t
For surface 5: Press Q for unknown heat flux or T for unknown temperature
t
For surface 6: Press Q for unknown heat flux or T for unknown temperature
t
For surface 7: Press Q for unknown heat flux or T for unknown temperature
t
For surface 8: Press Q for unknown heat flux or T for unknown temperature
q
Insert length [m] of surface 1
0.5
Insert temperature [K] of surface 1
300
Insert total emissivity of surface 1
0.4
Insert view factor F 1--> 1
0
Insert view factor F 1--> 2
0.0762
Insert view factor F 1--> 3
0.1406
Insert view factor F 1--> 4
0.1837
Insert view factor F 1--> 5
0.199
Insert view factor F 1--> 6
0.1837
Insert view factor F 1--> 7
0.1406
Insert view factor F 1--> 8
0.0762
Insert length [m] of surface 2
0.5
Insert temperature [K] of surface 2
420
Insert total emissivity of surface 2
0.4
Insert view factor F 2--> 1
0.0762
Insert view factor F 2--> 2
0
Insert view factor F 2--> 3
0.0762
Insert view factor F 2--> 4
0.1406
Insert view factor F 2--> 5
0.1837
```



```
Insert view factor F 2--> 5
0.1837

Insert view factor F 2--> 6
0.199

Insert view factor F 2--> 7
0.1837

Insert view factor F 2--> 8
0.1406

Insert length [m] of surface 3
0.5

Insert heat flux [W/m] of surface 3
500

Insert total emissivity of surface 3
0.75

Insert view factor F 3--> 1
0.1406

Insert view factor F 3--> 2
0.0762

Insert view factor F 3--> 3
0

Insert view factor F 3--> 4
0.0762

Insert view factor F 3--> 5
0.1406

Insert view factor F 3--> 6
0.1837

Insert view factor F 3--> 7
0.199

Insert view factor F 3--> 8
0.1837

Insert length [m] of surface 4
0.5

Insert heat flux [W/m] of surface 4
800

Insert total emissivity of surface 4
0.75

Insert view factor F 4--> 1
0.1837

Insert view factor F 4--> 2
0.1406

Insert view factor F 4--> 3
0.0762

Insert view factor F 4--> 4
0

Insert view factor F 4--> 5
0.0762

Insert view factor F 4--> 6
0.1406

Insert view factor F 4--> 7
0.1837

Insert view factor F 4--> 8
0.199

Insert length [m] of surface 5
0.5

Insert heat flux [W/m] of surface 5
1000
```

```
Insert total emissivity of surface 5
0.75

Insert view factor F 5--> 1
0.199

Insert view factor F 5--> 2
0.1837

Insert view factor F 5--> 3
0.1406

Insert view factor F 5--> 4
0.0762

Insert view factor F 5--> 5
0

Insert view factor F 5--> 6
0.0762

Insert view factor F 5--> 7
0.1406

Insert view factor F 5--> 8
0.1837

Insert length [m] of surface 6
0.5

Insert heat flux [W/m] of surface 6
800

Insert total emissivity of surface 6
0.75

Insert view factor F 6--> 1
0.1837

Insert view factor F 6--> 2
0.199

Insert view factor F 6--> 3
0.1837

Insert view factor F 6--> 4
0.1406

Insert view factor F 6--> 5
0.0762

Insert view factor F 6--> 6
0

Insert view factor F 6--> 7
0.0762

Insert view factor F 6--> 8
0.1406

Insert length [m] of surface 7
0.5

Insert heat flux [W/m] of surface 7
500

Insert total emissivity of surface 7
0.75

Insert view factor F 7--> 1
0.1406

Insert view factor F 7--> 2
0.1837

Insert view factor F 7--> 3
0.199

Insert view factor F 7--> 4
0.1837
```

Insert view factor F 7--> 1
0.1406

Insert view factor F 7--> 2
0.1837

Insert view factor F 7--> 3
0.199

Insert view factor F 7--> 4
0.1837

Insert view factor F 7--> 5
0.1406

Insert view factor F 7--> 6
0.0762

Insert view factor F 7--> 7
0

Insert view factor F 7--> 8
0.0762

Insert length [m] of surface 8
0.5

Insert temperature [K] of surface 8
390

Insert total emissivity of surface 8
0.4

Insert view factor F 8--> 1
0.0762

Insert view factor F 8--> 2
0.1406

Insert view factor F 8--> 3
0.1837

Insert view factor F 8--> 4
0.199

Insert view factor F 8--> 5
0.1837

Insert view factor F 8--> 6
0.1406

Insert view factor F 8--> 7
0.0762

Insert view factor F 8--> 8
0

-----SOLUTION-----
The heat flux per unit length Q(1) = -1371.65 Watt/meter

The heat flux per unit length Q(8) = -1161.60 Watt/meter

The heat flux per unit length Q(2) = -1066.74 Watt/meter

The temperature T(3) = 610.70 Kelvin

The temperature T(4) = 618.45 Kelvin

The temperature T(5) = 625.49 Kelvin

The temperature T(6) = 618.58 Kelvin

The temperature T(7) = 610.98 Kelvin