

Κεφάλαιο 4: ΒΡΑΣΜΟΣ και ΣΥΜΠΥΚΝΩΣΗ

4.1 Μεταφορά θερμότητας με βρασμό

Βρασμός (boiling) συμβαίνει κατά την επαφή ενός υγρού με μία στερεή επιφάνεια που έχει θερμοκρασία T_s υψηλότερη από τη θερμοκρασία κορεσμού T_{sat} ($T_s > T_{sat}$) στην πίεση του συστήματος (υπερθέρμανση).

Θερμότητα μεταφέρεται από τη στερεή επιφάνεια στο υγρό και σύμφωνα με το νόμο του Newton: $q_s'' = h(T_s - T_{sat}) = h\Delta T_e$, όπου

$$h = h(\Delta T_e, g(\rho_L - \rho_v), h_{fg}, \sigma, L, \rho, c_p, k, \mu)$$

Αποδεικνύεται ότι σε αδιάστατες ποσότητες ο αριθμός Nusselt εξαρτάται από 4 αδιάστατα μεγέθη (αριθμούς):

$$\frac{hL}{k} = f\left(\frac{\rho g(\rho_L - \rho_v)L^3}{\mu^2}, \frac{c_p \Delta T_e}{h_{fg}}, \frac{\mu c_p}{k}, \frac{g(\rho_L - \rho_v)L^2}{\sigma}\right)$$

ή

$$Nu = f\left(\frac{\rho g(\rho_L - \rho_v)L^3}{\mu^2}, Ja, Pr, Bo\right)$$

Οι αριθμοί **Nu** και **Pr** είναι γνωστοί.

Η πρώτη ποσότητα εντός της παρένθεσης σχετίζεται με τον αριθμό $Gr = g\beta\Delta T L^3 / \nu^2$ ($\beta\Delta T \approx \Delta\rho / \rho$) και αντιπροσωπεύει την επίδραση της κίνησης του ρευστού λόγω δυνάμεων βαρύτητας στη μεταφορά θερμότητας.

Ο αριθμός **Jacob** (Ja) είναι ο λόγος της αισθητής ως προς την λανθάνουσα θερμότητα που απορροφώνται από τον ατμό (υγρό) κατά τον βρασμό (συμπύκνωση). Σε πολλές εφαρμογές η αισθητή θερμότητα είναι πολύ μικρότερη της λανθάνουσας ($Ja \ll 1$).

Ο αριθμός **Bond** (Bo) είναι ο λόγος των δυνάμεων βαρύτητας ως προς τις δυνάμεις επιφανειακής τάσεως.

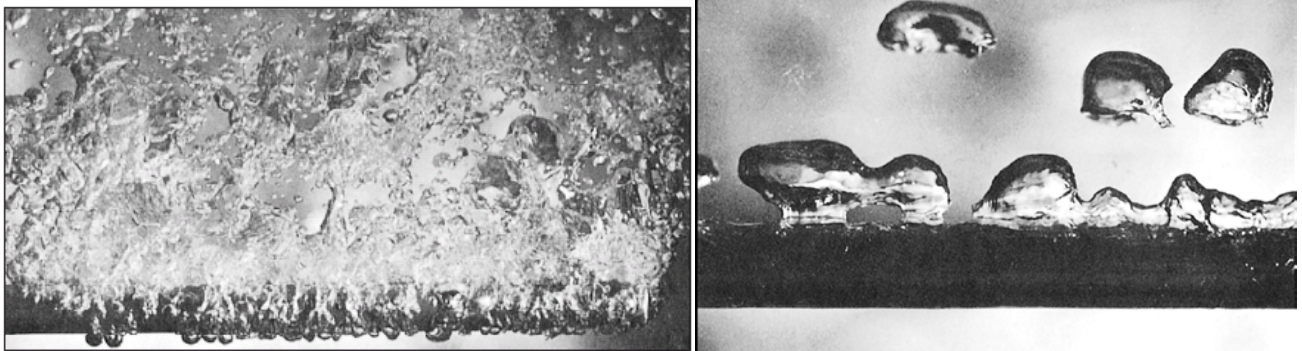
Ανάλογα με το **βαθμό υπερθέρμανσης** (ΔT_e), τη φύση της επιφάνειας και τη γεωμετρία του συστήματος, ο βρασμός εκδηλώνεται με τους εξής μηχανισμούς:

Βρασμός με πυρηνογένεση (nucleate boiling): **φουσαλίδες ατμού σχηματίζονται στη θερμή επιφάνεια** και στη συνέχεια απελευθερώνονται στην κυρίως μάζα του υγρού.

Βρασμός αέριου υμένα (film boiling): η **θερμή επιφάνεια καλύπτεται από υμένα ατμού**, που **προβάλλει την κύρια αντίσταση στη μετάδοση θερμότητας** στην

κυρίως μάζα του υγρού. Η θερμότητα μεταδίδεται μέσω του ατμού και εξάτμιση συμβαίνει στη διεπιφάνεια υγρού-ατμού.

Βρασμός με συναγωγή (convective boiling): θερμότητα μεταδίδεται με συναγωγή διαμέσου ενός λεπτού υμένα υγρού και το υγρό εξατμίζεται στην ελεύθερη επιφάνεια (διεπιφάνεια υγρού-ατμού).

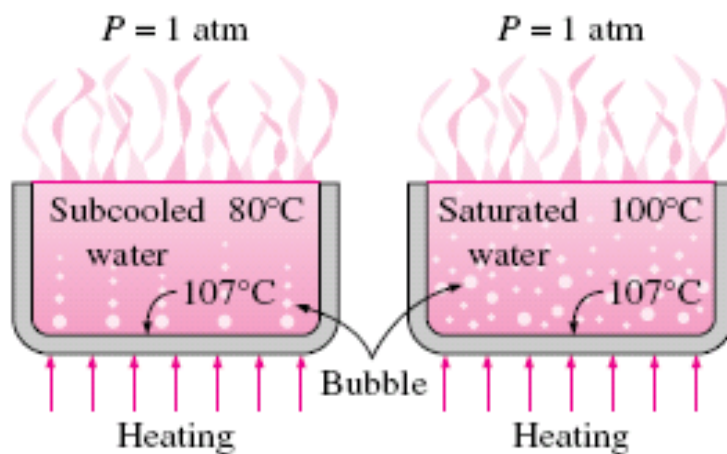


Σχήμα 4.1.1: Βρασμός με πυρηνογένεση (αριστερά) και αέριου υμένα (δεξιά)

Ανάλογα με το κατά πόσον το υγρό είναι υπόψυκτο ή κορεσμένο:

Στον **υπόψυκτο βρασμό** (subcooled boiling) η θερμοκρασία του υγρού T_L είναι μικρότερη από T_{sat} και οι φυσαλίδες που σχηματίζονται στη επιφάνεια μπορεί να συμπυκνωθούν στο υγρό.

Στον **κορεσμένο βρασμό** (saturated boiling) η θερμοκρασία του υγρού T_L είναι λίγο μεγαλύτερη από T_{sat} και οι φυσαλίδες που δημιουργούνται πάνω στην επιφάνεια, αποκολλώνται και ανεβαίνουν λόγω άνωσης στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού.

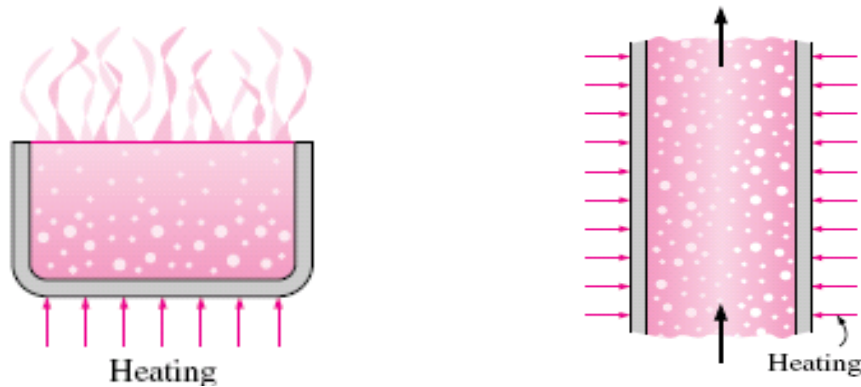


Σχήμα 4.1.2: Υπόψυκτος βρασμός (αριστερά) και κορεσμένος βρασμός (δεξιά)

Ανάλογα με το κατά πόσον το υγρό που βράζει είναι ακίνητο ή ρέει, διακρίνουμε δύο (γεωμετρικούς) τύπους βρασμού:

Στάσιμος βρασμός (pool boiling): ο βρασμός επιτελείται στη θερμαινόμενη επιφάνεια σε μία «δεξαμενή» υγρού, το οποίο είναι στάσιμο, εκτός από τη ελεύθερη συναγωγή μαζί με την ανάμιξη από την ανάπτυξη και αποκόλληση των φυσαλίδων.

Βρασμός με ροή (flow boiling): το υγρό ρέει μέσω ενός θερμαινόμενου αγωγού, συνήθως κυλινδρικού.

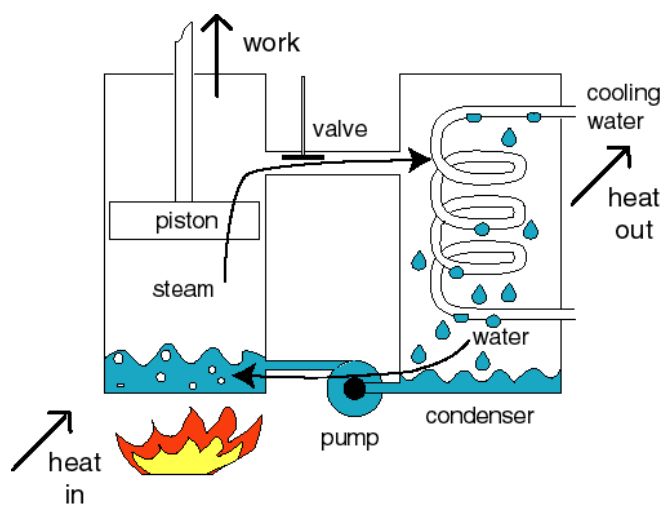


Σχήμα 4.1.3: Στάσιμος βρασμός (αριστερά) και βρασμός με ροή (δεξιά)

Οι μηχανισμοί **πυρηνογένεσης** και **αέριου υμένα** εμφανίζονται τόσο κατά τον στάσιμο όσο και κατά το βρασμό με ροή. Αντίθετα, ο μηχανισμός της **συναγωγής** απαντά μόνον κατά τον βρασμό με ροή.

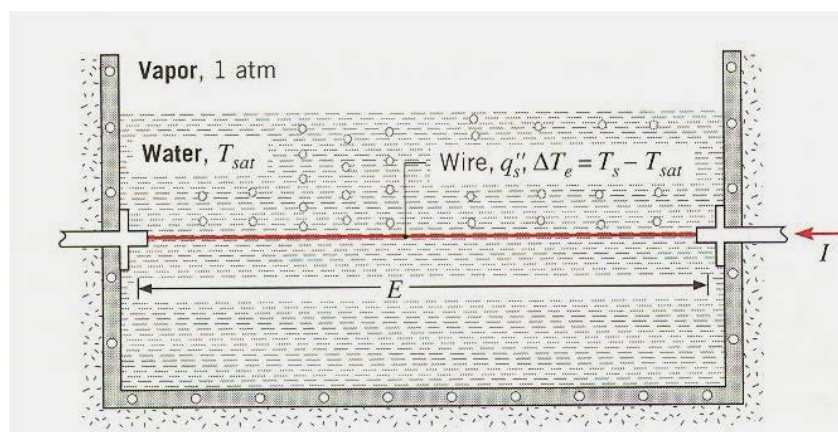
Εφαρμογές:

- Λέβητες
- Παραγωγή ατμού σε θερμοδυναμικούς κύκλους παραγωγής ηλεκτρικής ισχύος
- Ψύξη ηλεκτρονικού εξοπλισμού (φλορανθρακικά υγρά, fluorocarbon liquids)
- Μαγείρεμα



4.2 Καμπύλη στάσιμου κορεσμένου βρασμού

Η θερμορροή q_s'' κατά το βρασμό μπορεί να μετρηθεί ως συνάρτηση της υπερθέρμανσης ΔT_e με ένα απλό πείραμα, όπου μία ηλεκτρική αντίσταση (σύρμα από πλατίνα ή NiCr) χρησιμεύει ως θερμαντική επιφάνεια (**πείραμα Nukiyama**, 1934). Η αντίσταση βρίσκεται εντός δοχείου νερού με θερμοκρασία $T = T_{sat}$ και μετράται η ένταση I και η διαφορά δυναμικού E και επομένως η ισχύς q_s'' . Έχοντας βαθμονομήσει τον τρόπο με τον οποίο η ηλεκτρική αντίσταση αλλάζει με τη θερμοκρασία μπορούμε να βρούμε τη θερμοκρασία T_s και προφανώς τη διαφορά ΔT_e που είναι η **εξαρτημένη μεταβλητή**, ενώ η ισχύς (και η θερμορροή q_s'') είναι η **ανεξάρτητη μεταβλητή** (power controlled heating).



Σχήμα 4.2.1: Πείραμα Nukiyama

Η καμπύλη του Σχήματος 4.2.2 με τα μαύρα βελάκια είναι η καμπύλη που προέκυψε από το πείραμα του Nukiyama.

Η διακεκομμένη κόκκινη γραμμή προέκυψε από το πείραμα των Drew και Mueller, όπου τώρα τη θερμοκρασία T_s και προφανώς τη διαφορά ΔT_e είναι η **ανεξάρτητη μεταβλητή**, ενώ η ισχύς (και η θερμορροή q_s'') είναι η **εξαρτημένη μεταβλητή** (temperature-controlled mode). Πρόκειται για πείραμα τελείως διαφορετικό από του Nukiyama.

Η καμπύλη βρασμού που φαίνεται στα Σχήματα 4.2.2 και 4.2.3 έχει την ίδια γενική ποιοτική μορφή σε πολλά διαφορετικά ρευστά. Οι όποιες αλλαγές είναι ποσοτικές δηλαδή στις τιμές της ειδικής θερμορροής σε σχέση με την υπερθέρμανση.

Παρατηρούνται **4 διαφορετικές περιοχές βρασμού** ανάλογα με την υπερθέρμανση ΔT_e :

$\Delta T_e \leq 5^\circ\text{C}$, μέχρι το σημείο A: **Βρασμός με ελεύθερη συναγωγή** (free convection boiling)

- Η θερμοκρασία της επιφάνειας είναι λίγο μεγαλύτερη από την T_{sat} , δημιουργούνται φυσαλίδες.
- Η κίνηση του ρευστού οφείλεται κυρίως στη **φυσική συναγωγή της υγρής φάσης**.

- Η μετάδοση θερμότητας γίνεται με φυσική συναγωγή και ο συντελεστής h είναι ανάλογος του $\Delta T_e^{1/4}$ ή του $\Delta T_e^{1/3}$ (στρωτή ή τυρβώδης).

$\Delta T_e \approx 5^\circ\text{C}$, σημείο A: **Έναρξη του βρασμού πυρηνογένεσης** (Onset of Nucleate Boiling)

$5 \leq \Delta T_e \leq 30^\circ\text{C}$, από A έως C: **Βρασμός με πυρηνογένεση** (nucleate boiling)

Τμήμα A-B: Μεμονωμένες φυσαλίδες στις θέσεις πυρηνογένεσης

- Η κίνηση του υγρού επηρεάζεται από τις φυσαλίδες και έχουμε σημαντική ανάμιξη κοντά στην επιφάνεια
- h και q_s'' αυξάνουν σημαντικά με το ΔT
- η μεταφορά θερμότητας γίνεται λόγω της επαφής του υγρού με την επιφάνεια (και όχι μέσω των φυσαλίδων που ανέρχονται)

Τμήμα B-C: Φλέβες και Στήλες (Jets and Columns)

- Αυξημένος αριθμός θέσεων πυρηνογένεσης και ρυθμός σχηματισμού φυσαλίδων. Προκαλούνται αλληλεπιδράσεις φυσαλίδων και συσσωμάτωση σε φλέβες
- Ο αυξημένος αριθμός φυσαλίδων παρεμποδίζει τη κίνηση του υγρού κοντά στην επιφάνεια.
- Στο σημείο P παρατηρείται ο μέγιστος συντελεστής θερμότητας h .
- Από το σημείο P και μετά η επαφή υγρού-στερεού καταστρέφεται λόγω των πολλών φυσαλίδων και το q_s'' συνεχίζει να αυξάνει με το ΔT_e , ενώ το h αρχίζει να μειώνεται.

$\Delta T_e \approx 30^\circ\text{C}$, σημείο C: **Κρίσιμη θερμορροή** (critical heat flux)

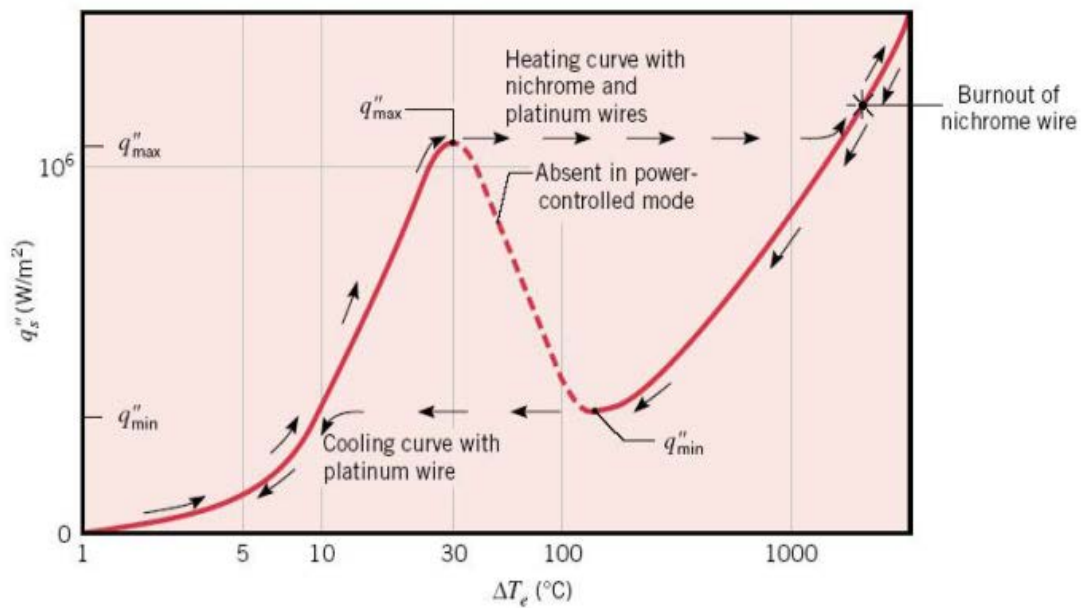
- Μεγίστη ειδική θερμορροή που επιτυγχάνεται με βρασμό πυρηνογένεσης
- $q_s'' > 1 \text{ MW/m}^2$ για νερό σε $P=1 \text{ atm}$
- Λόγω των μεγάλων q_s'' σε μικρό ΔT_e επιθυμητή η λειτουργία πολλών συσκευών στο βρασμό πυρηνογένεσης.
- Το σημείο C αναφέρεται ως **burnout point, boiling crisis**
- Μία αύξηση του q_s'' πάνω από τη μέγιστη τιμή στο σημείο C προκαλεί μια απότομη αύξηση της επιφανειακής θερμοκρασίας πολλές φορές και πάνω από το σημείο τήξης του υλικού ($\Delta T > 1000^\circ\text{C}$).

$30 \leq \Delta T_e \leq 120^\circ\text{C}$, από C έως D: **Μεταβατικός βρασμός** (transition boiling)

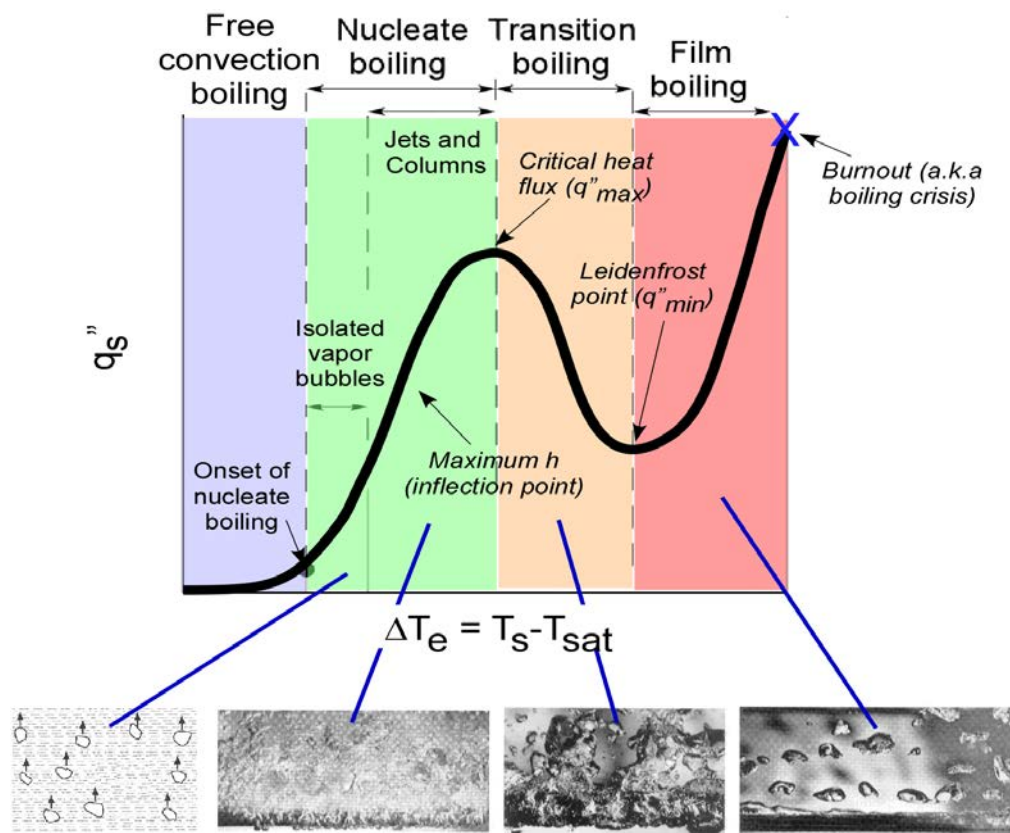
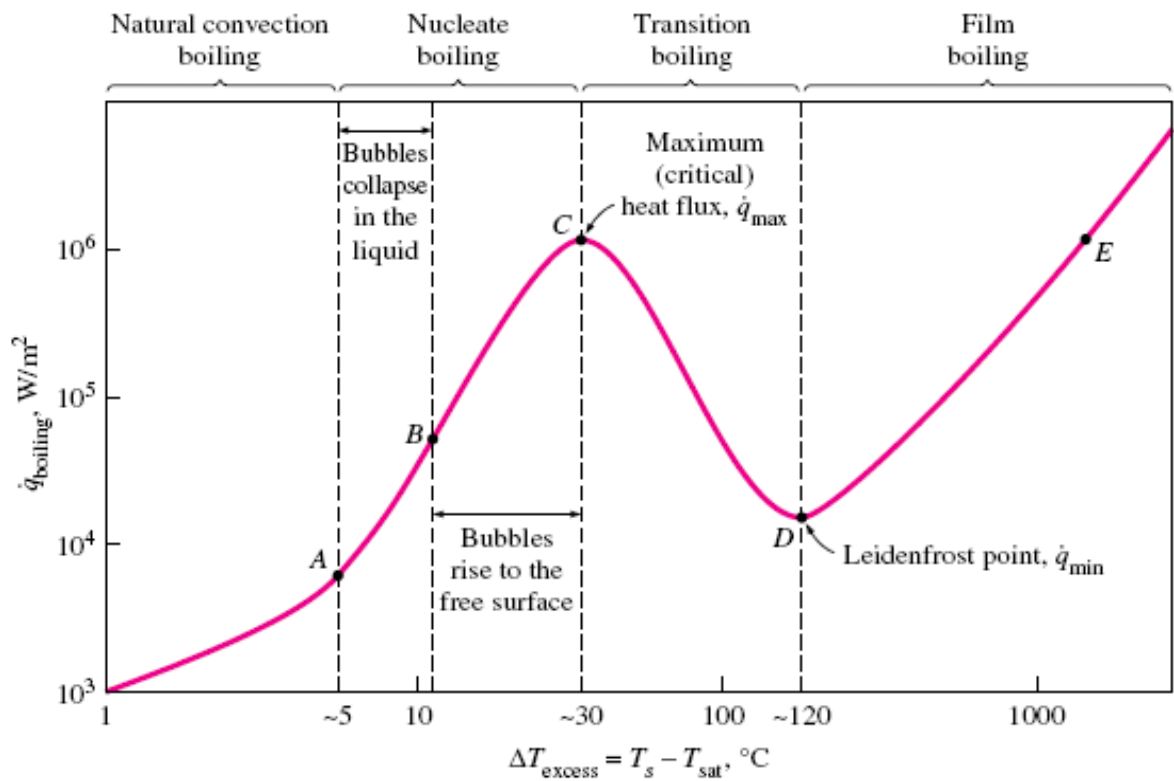
- Δημιουργείται υμένας ατμού πάνω στην επιφάνεια και οι συνθήκες βρασμού είναι ασταθείς και μεταβάλλονται ανάμεσα σε βρασμό πυρηνογένεσης και βρασμό υμένα.
- Επειδή ο συντελεστής θερμικής αγωγής του ατμού είναι πολύ μικρότερος από αυτόν του υγρού οι ποσότητες h και q_s'' μειώνονται, ενώ αυξάνεται η υπερθέρμανση ΔT_e .
- Γενικά θα θέλαμε να δουλεύαμε κοντά στο C, αλλά σπάνια θα θέλαμε να το ξεπεράσουμε.

$\Delta T_e \geq 120^\circ\text{C}$, μετά το D: **Βρασμός υμένα (Film Boiling)**

- Το σημείο D, γνωστό ως σημείο Leidenfrost, αντιστοιχεί στη χαμηλότερη ειδική θερμορροή για βρασμό υμένα.
- $q''_{S,D} = q''_{S,\min}$
- Η επιφάνεια καλύπτεται συνολικά από υμένα ατμού.
- Η μεταφορά θερμότητας γίνεται με συναγωγή και ακτινοβολία διαμέσου της περιοχής ατμού.



Σχήμα 4.2.2: Η καμπύλη βρασμού από το πείραμα του Nukiyama για κορεσμένο νερό σε ατμοσφαιρική πίεση



Σχήμα 4.2.3: Καμπύλη βρασμού με τις τέσσερις διακριτές περιοχές

4.3 Εκφράσεις υπολογισμού ειδικής θερμορροής σε στάσιμο βρασμό

Βρασμός με ελεύθερη συναγωγή

Ο συντελεστής h είναι ανάλογος του $\Delta T_e^{1/4}$ ή του $\Delta T_e^{1/3}$ (στρωτή ή τυρβώδης).

Η ειδική θερμορροή q_s'' είναι ανάλογος του $\Delta T_e^{5/4}$ ή του $\Delta T_e^{4/3}$

$$\text{Βρασμός με πυρηνογένεση: } q_s'' = \mu_L h_{fg} \left[\frac{g(\rho_L - \rho_v)}{\sigma} \right]^{1/2} \left(\frac{c_{p,L} \Delta T_e}{C_{s,f} h_{fg} \text{Pr}_L^n} \right)^3,$$

όπου $C_{s,f}$ και n εξαρτώνται από τον συνδυασμό στερεού – υγρού.

$$\text{Κρίσιμη θερμορροή: } q_{s,\max}'' = Ch_{fg} \rho_v \left[\frac{\sigma g(\rho_L - \rho_v)}{\rho_v^2} \right]^{1/4}$$

Τονίζεται ότι η κρίσιμη θερμορροή εξαρτάται από την πίεση μέσω της εξάρτησης από την πίεση της επιφανειακής τάσης και της λανθάνουσας θερμότητας. Δεν εξαρτάται από το υλικό της στερεής επιφάνειας και το ιξώδες και ειδική θερμότητα του υγρού. Εξαρτάται λίγο μέσω της σταθεράς C από τη γεωμετρία της θερμαινόμενης επιφάνειας ($C=0.131$ για κυλίνδρους, $C=0.149$ για επίπεδες πλάκες). Οι φυσικές ιδιότητες υπολογίζονται σε θερμοκρασία T_{sat} .

$$\text{Ελάχιστη θερμορροή (σημείο Leidenfrost): } q_{s,\min}'' = 0.09 h_{fg} \rho_v \left[\frac{g\sigma(\rho_L - \rho_v)}{(\rho_L + \rho_v)^2} \right]^{1/4}$$

Η μεταβατική περιοχή έχει μικρό πρακτικό ενδιαφέρον και χαρακτηρίζεται από ασταθή επαφή υγρού και θερμαινόμενης επιφάνειας. Στην περιοχή της ελάχιστης θερμορροής δημιουργείται ένα στρώμα (blanket or film) ατμού. Εάν η θερμορροή μειωθεί κάτω από την ελάχιστη θερμορροή το στρώμα ατμού διαλύεται, η επιφάνεια ψύχεται και επανέρχεται βρασμός με πυρηνογένεση.

$$\text{Βρασμός υμένα: } Nu_D = \frac{\bar{h}_{conv} D}{k_v} = C \left[\frac{g(\rho_L - \rho_v) h'_{fg} D^3}{\nu_v k_v \Delta T_e} \right]^{1/4},$$

όπου $C=0.62$ για κυλίνδρους και $C=0.67$ για σφαίρες και $h'_{fg} = h_{fg} + 0.8c_{p,v}(T_s - T_{sat})$.

Οι ιδιότητες του ατμού υπολογίζονται στη θερμοκρασία $(T_s + T_{sat})/2$.

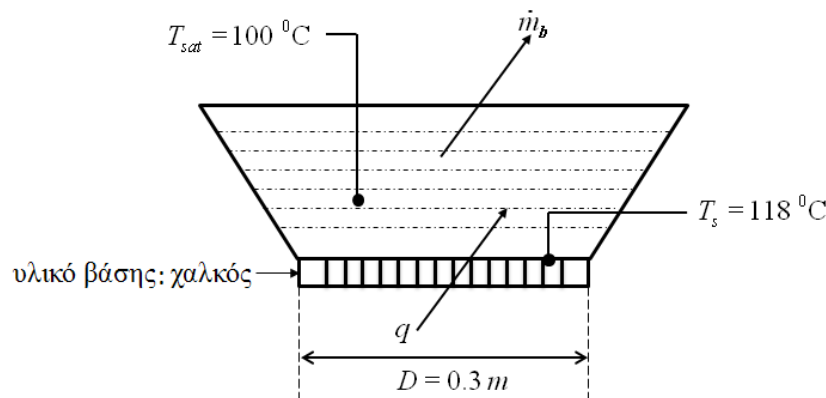
Για $T_s > 300$ έχουμε και ακτινοβολία: $\bar{h}_{rad} = \frac{\varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{sat}^4)}{T_s - T_{sat}}$, όπου ε είναι η ικανότητα εκπομπής της επιφάνειας.

Ο μέσος συντελεστής προκύπτει από τη σχέση: $\bar{h}^{4/3} = \bar{h}_{conv}^{4/3} + \bar{h}_{rad} \bar{h}^{1/3}$

Για περιπτώσεις όπου $h_{rad} < h_{con}$: $\bar{h} = \bar{h}_{conv} + \frac{3}{4}\bar{h}_{rad}$

Παράδειγμα 4.1:

Η βάση μιας κατακόρυφης κατσαρόλας είναι σε $T_s = 118$ °C. Να βρεθούν: α) η ισχύς για να βράσει το νερό και η ειδική θερμορροή, β) η κρίσιμη θερμορροή, γ) η μαζική παροχή εξάτμισης και δ) η ελάχιστη θερμορροή.



Κορεσμένο υγρό (100°C): $\rho_L = 957.9 \text{ kg/m}^3$, $\mu_L = 279 \times 10^{-6} \text{ Pas}$, $Pr_L = 1.76$,
 $c_{p,L} = 4.217 \text{ kJ/kg K}$, $\sigma = 58.9 \times 10^{-3} \text{ N/m}$, $h_{fg} = 2257 \text{ kJ/kg}$.
 Κορεσμένος ατμός (100°C): $\rho_v = 0.5956 \text{ kg/m}^3$.

α) Αρχικά υπολογίζουμε τη διαφορά ΔT_e (υπερθέρμανση): $\Delta T_e = T_s - T_{sat} = 18$ °C.

Παρατηρούμε ότι $5 \leq \Delta T_e \leq 30$ °C άρα βρισκόμαστε στο στάδιο του βρασμού με πυρηνογένεση και η ειδική θερμορροή q_s'' υπολογίζεται ως:

$$q_s'' = \mu_L h_{fg} \left[\frac{g(\rho_L - \rho_v)}{\sigma} \right]^{1/2} \left(\frac{c_{p,L} \Delta T_e}{C_{s,f} h_{fg} Pr_L^n} \right)^3 = 836 \text{ kW/m}^2$$

όπου για χαλκό οι τιμές των παραμέτρων είναι $C_{s,f} = 0.0128$ και $n = 1$. Ο συνολικός ρυθμός ροής θερμότητας είναι

$$q_s = A \times q_s'' = \left(\frac{\pi D^2}{4} \right) \times q_s'' = 59.1 \text{ kW}$$

β) Η κρίσιμη θερμορροή υπολογίζεται από την σχέση:

$$q''_{s,\max} = 0.149 h_{fg} \rho_v \left[\frac{\sigma g (\rho_L - \rho_v)}{\rho_v^2} \right]^{1/4} = 1.26 \text{ MW/m}^2$$

γ) Η μαζική παροχή εξάτμισης υπολογίζεται βασιζόμενοι στο γεγονός ότι όλη η επιπρόσθετη θερμότητα θα καταλήξει στο νερό εξάτμισης:

$$\dot{m} = \frac{q_s}{h_{fg}} = 0.0262 \text{ kg/s} = 94 \text{ kg/h}$$

δ) Ελάχιστη θερμορροή (στους 120°C): $q''_{s,\min} = 0.09 h_{fg} \rho_v \left[\frac{g \sigma (\rho_L - \rho_v)}{(\rho_L + \rho_v)^2} \right]^{1/4} = 18.9 \text{ kW/m}^2$

Παράδειγμα 4.2:

Μεταλλικό θερμαντικό στοιχείο διαμέτρου 6mm με $\varepsilon = 1$ τοποθετείται οριζόντια εντός δοχείου νερού με σταθερή (μόνιμη) θερμοκρασία τοιχώματος 255°C. Να υπολογιστεί η θερμορροή ανά μονάδα μήκους.

$\Delta T_e = 255 - 100 = 155 \text{ }^\circ\text{C}$, από τη καμπύλη βρασμού έχουμε **βρασμό υμένα:**

Κορεσμένο υγρό (100°C): $\rho_L = 957.9 \text{ kg/m}^3$, $\mu_L = 279 \times 10^{-6} \text{ Pas}$, $\text{Pr}_L = 1.76$, $c_{p,L} = 4.217 \text{ kJ/kg K}$, $\sigma = 58.9 \times 10^{-3} \text{ N/m}$, $h_{fg} = 2257 \text{ kJ/kg}$.

Υπέρθερμος ατμός σε $\frac{T_s + T_{sat}}{2} = \frac{528 + 373}{2} = 450.5$:

$\rho_v = 0.4902 \text{ kg/m}^3$, $c_{p,v} = 1.980 \text{ kJ/kg K}$, $k_v = 0.0299 \text{ W/m K}$, $\mu_v = 15.25 \times 10^{-6} \text{ Pa s}$.

$q'_S = \pi D q''_S = \pi D \bar{h} \Delta T_e$, όπου $\bar{h}^{4/3} = \bar{h}_{conv}^{4/3} + \bar{h}_{rad} \bar{h}^{1/3}$

$$\begin{aligned} \bar{h}_{conv} &= C \frac{k_v}{D} \left[\frac{g (\rho_L - \rho_v) h'_{fg} D^3}{\nu_v k_v \Delta T_e} \right]^{1/4} = C \left[\frac{k_v^3 g \rho_v (\rho_L - \rho_v) (h_{fg} + 0.8 c_{p,v} \Delta T_e)}{\mu_v D \Delta T_e} \right]^{1/4} = \\ &= 0.62 \left[\frac{0.0299^3 \times 9.81 \times 0.4902 \times (957.9 - 0.4902) (2257 + 0.8 \times 1.98 \times 10^3 \times 155)}{15.25 \times 10^{-6} \times 255 \times 6 \times 10^{-3} \times 155} \right]^{1/4} = 238 \text{ W/m}^2 \text{ K} \end{aligned}$$

$$\bar{h}_{rad} = \frac{\varepsilon \sigma (T_s^4 - T_{sat}^4)}{T_s - T_{sat}} = \frac{1 \times 5.67 \times 10^{-8} \times (528^4 - 373^4)}{155} = 21.3 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Επιλύοντας την εξίσωση $\bar{h}^{4/3} = \bar{h}_{conv}^{4/3} + \bar{h}_{rad} \bar{h}^{1/3}$ προκύπτει $\bar{h} = 254.1 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

$$q'_S = \pi D \bar{h} \Delta T_e = 3.14 \times 6 \times 10^{-3} \times 254.1 \times 155 = 742 \text{ W/m}$$

Η προσεγγιστική εξίσωση $\bar{h} = \bar{h}_{conv} + 0.75 \bar{h}_{rad}$ δίνει $\bar{h} = 254 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ επειδή $h_{rad} \ll h_{con}$.

4.4 Μεταφορά θερμότητας με συμπύκνωση

Το φαινόμενο της συμπύκνωσης (condensation) εμφανίζεται όταν η θερμοκρασία του ατμού μειώνεται κάτω από την θερμοκρασία κορεσμού T_{sat} (saturated temperature).

Αντίστοιχα, **μεταφορά θερμότητας σε μία επιφάνεια συμβαίνει με συμπύκνωση** όταν η θερμοκρασία T_s της επιφάνειας είναι μικρότερη από την θερμοκρασία κορεσμού του ατμού που είναι σε επαφή με την επιφάνεια ($T_s < T_{sat}$). Κορεσμένος ατμός μετατρέπεται σε υγρό και ελευθερώνεται η λανθάνουσα θερμότητα.

Η ροή θερμότητας που επιτυγχάνεται κατά την **συμπύκνωση του ρευστού πάνω σε μία επιφάνεια έχει πολλές ομοιότητες με τη μετάδοση θερμότητας με φυσική συναγωγή** ενός μονοφασικού ρευστού. Η ομοιότητα έγκειται στο γεγονός ότι **η κίνηση του ρευστού είναι φυσική** (όχι εξαναγκασμένη) και οφείλεται στην αλλαγή πυκνότητας του ρευστού από την αέρια στην υγρή φάση και την ανάπτυξη μεγαλύτερων δυνάμεων (body forces) ανά μονάδα όγκου στο υγρό από ότι στο αέριο. Βέβαια, στη περίπτωση της συμπύκνωσης έχουμε αλλαγή φάσης του ρευστού από την αέρια στην υγρή κατάσταση και τελικά μεταφορά θερμότητας στη επιφάνεια ενός στερεού. Η **λανθάνουσα θερμότητα h_{fg}** που ελευθερώνεται λόγω της αλλαγής φάσης είναι ιδιαίτερα σημαντική.

Επιτυγχάνονται πολύ υψηλοί συντελεστές μεταφοράς θερμότητας.

Επειδή η φυσική συναγωγή χαρακτηρίζεται από χαμηλές ταχύτητες είναι δυνατόν **επιπλέον της βαρύτητας και άλλες δυνάμεις να παίζουν σημαντικό ρόλο**. Τέτοιες δυνάμεις μπορεί να είναι φυγοκεντρικές δυνάμεις, ηλεκτρομαγνητικές ή διατμητικές (σε περίπτωση ανάπτυξης διατμητικών τάσεων ανάμεσα στο υγρό και το αέριο λόγω επιβαλλόμενης εξωτερικής κίνησης του αερίου). Επίσης, σημαντικό ρόλο μπορεί να παίξει η **επιφανειακή τάση** (surface tension) όταν η διεπιφάνεια υγρού-αερίου έχει καμπυλότητα ή όταν η επιφανειακή τάση μεταβάλλεται κατά μήκος της διεπιφάνειας λόγω μεταβολής της θερμοκρασίας ή άλλων μεγεθών.

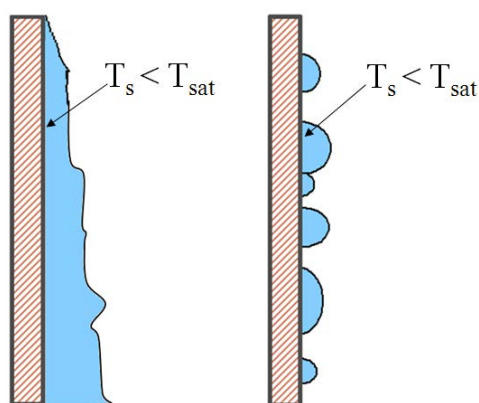
Όμως, στη περίπτωση της συμπύκνωσης έχουμε **αλλαγή φάσης** του ρευστού από την αέρια στην υγρή κατάσταση και τελικά μεταφορά θερμότητας στη επιφάνεια ενός στερεού (**η επιφάνεια θερμαίνεται**).

Όταν έχουμε συμπύκνωση σε μία κρύα επιφάνεια στερεού, όπως συνήθως συμβαίνει σε τεχνολογικές εφαρμογές, το συμπυκνώσιμο υγρό παρατηρείται επί της επιφάνειας του στερεού στη μορφή ενός συνεχούς υμένα (φιλμ) ή με τη μορφή σταγόνων (Σχήμα 4.4.1).

Οι δύο μορφές συμπύκνωσης ονομάζονται **συμπύκνωση σε υμένα** (film condensation) και **συμπύκνωση σε σταγόνες** (dropwise condensation).

Στη πρώτη μορφή συμπύκνωσης, ο **υγρός υμένας καλύπτει όλη την επιφάνεια** και υπό την επίδραση της βαρύτητας το υγρό ρέει κατά μήκος της επιφάνειας. **Είναι η πλέον συνηθισμένη** σε τεχνολογικές εφαρμογές και θα ασχοληθούμε με αυτή.

Στη δεύτερη μορφή συμπύκνωσης (Σχήμα 4.4.1), δημιουργούνται **σταγονίδια διαφορετικής διαμέτρου** που αρχικά επικάθονται στην επιφάνεια του ρευστού και στην συνέχεια γλιστρούν πάνω στην επιφάνεια λόγω βαρύτητας επιτρέποντας την άμεση επαφή της στερεάς επιφάνειας με την αέρια φάση του ρευστού (τα σταγονίδια καλύπτουν περίπου το 90% της επιφάνειας και η διάμετρος του ποικίλει μέχρι 100 μm). Είναι η πλέον επιθυμητή επειδή συνοδεύεται από μεγαλύτερους ρυθμούς μεταφοράς θερμότητας. **Οι συντελεστές μεταφοράς θερμότητας με συμπύκνωση σε σταγόνες είναι περίπου μία τάξη μεγέθους μεγαλύτεροι από τους αντίστοιχους με συμπύκνωση σε υμένα.** Στη πράξη, όπως σε εναλλάκτες θερμότητας με συμπύκνωση σε σταγόνες, οι άλλες θερμικές αντιστάσεις είναι πολύ μεγαλύτερες από αυτή της συμπύκνωσης και επομένως η τελευταία δεν είναι απαραίτητο να υπολογισθεί. **Δυστυχώς η συμπύκνωση σε σταγόνες δεν επιτυγχάνεται εύκολα.**

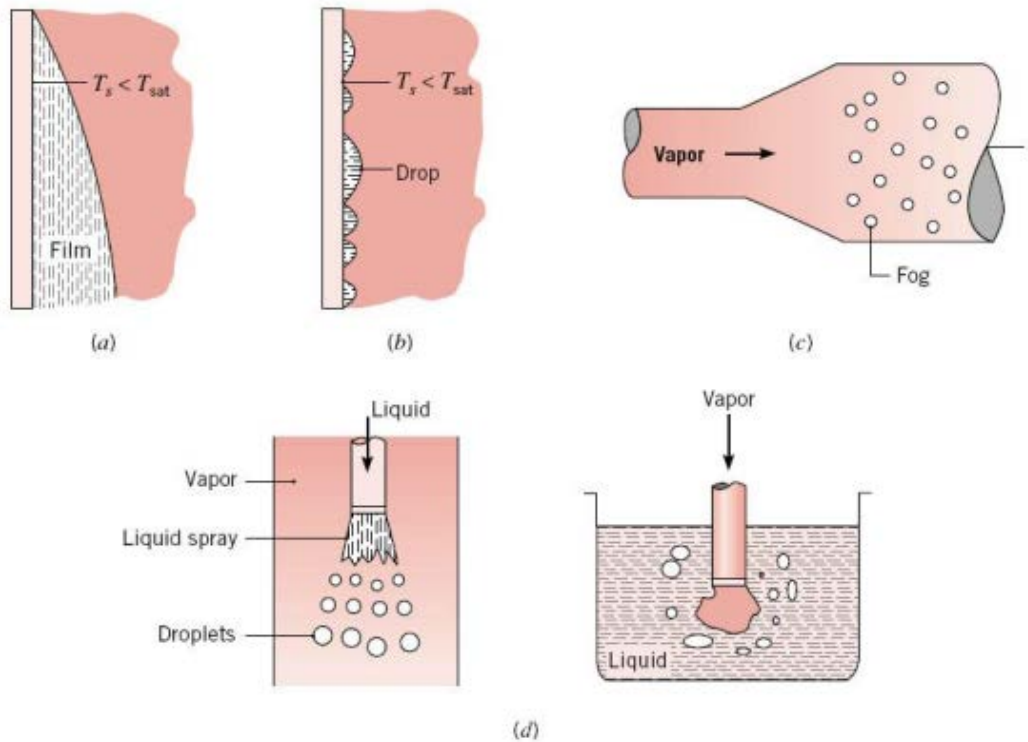


Σχήμα 4.4.1: Συμπύκνωση σε υμένα (αριστερά) και σε σταγόνες (δεξιά)

Και τις δύο περιπτώσεις λόγω του υγρού που συμπυκνώνεται δημιουργείται θερμική αντίσταση ανάμεσα στην επιφάνεια και την αέρια φάση που αυξάνεται καθώς αυξάνεται το πάχος του υγρού. Επίσης το πάχος του υμένα και επομένως και η θερμική αντίσταση αυξάνονται καθώς αυξάνεται το μήκος της επιφάνειας πάνω στην οποία ρέει το υγρό. Για το λόγο αυτό **στη συμπύκνωση σε υμένα είναι επιθυμητό να χρησιμοποιούμε κάθετες επιφάνειες μικρού μήκους ή οριζόντιους κυλίνδρους.**

Πολλές φορές παρατηρείται **συμπύκνωση και μακριά από επιφάνειες στερεών.**

Μπορεί να είναι **ομογενής συμπύκνωση** όπως όταν λόγω εκτόνωσης του αερίου δημιουργούνται σταγόνες που αιωρούνται εντός της αέριας φάσης ή όταν η αέρια φάση έρχεται σε **άμεση επαφή** με την κρύα υγρή φάση (Σχήμα 4.4.2). Τυπικό παράδειγμα είναι η εκτόνωση σε ακροφύσιο στροβιλομηχανής ατμού όπου δημιουργούνται σταγονίδια υγρού. Άλλες φορές μπορεί να οφείλεται σε **ετερογενή πυρήνωση** πάνω σε μικρά σωματίδια διαφορετικά από το συμπυκνώσιμο ρευστό, όπως όταν δημιουργούνται σταγόνες νερού γύρω από σωματίδια σκόνης.



Σχήμα 4.4.2: Διάφορες μορφές συμπύκνωσης: (a) συμπύκνωση υμένα, (b) συμπύκνωση σε σταγόνες, (c) ομογενής συμπύκνωση, (d) συμπύκνωση με άμεση επαφή

Τυπικές εφαρμογές όπου υφίσταται συμπύκνωση αέριας φάσης σε κρύες επιφάνειες:

- Συμπυκνωτές σε συστήματα παραγωγής ισχύος με βάση διάφορους θερμοδυναμικούς κύκλους (Carnot, Rankine)
- Συμπυκνωτές σε ψυκτικά συστήματα συμπίεσης της αέριας φάσης
- Συστήματα αφύγρανσης σε συστήματα κλιματισμού
- Αγωγούς θερμότητας
- Μετατροπή αερίων σε στερεά και εναπόθεση αυτών σε επιφάνειες
- Κρυογενική άντληση

4.5 Στρωτή ροή σε συμπύκνωση υμένα σε κάθετη πλάκα

Το πρόβλημα της συμπύκνωσης υμένα κατά μήκος κάθετης πλάκας είναι σύνθετο.

Στο Σχήμα 4.5.1 φαίνεται η δημιουργία του υγρού υμένα κατά μήκος της κάθετης πλάκας. Ξεκινά από τη κορυφή και ρέει προς τα κάτω υπό την επίδραση της βαρύτητας, ενώ παράλληλα αυξάνεται το πάχος του υμένα καθώς προστίθεται συνεχώς νέα συμπυκνώσιμη μάζα υγρού στον υμένα.

Η θερμοκρασία της επιφάνειας του στερεού T_s παραμένει σταθερή.

Η θερμοκρασία της διεπιφάνειας αέριας-υγρής φάσης T_{sat} με $T_s < T_{sat}$ παραμένει επίσης σταθερή.

Η θερμοκρασία του υμένα T_L μεταβάλλεται σύμφωνα με $T_s < T_L < T_{sat}$.

Η θερμοκρασία της αέριας φάσης μακριά από την διεπιφάνεια $T_{v,\infty} \geq T_{sat}$ είναι σταθερή.

Η θερμοκρασία της αέριας φάσης T_v μεταβάλλεται σύμφωνα με $T_{sat} < T_v < T_{v,\infty}$.

Το πάχος του υμένα συμβολίζεται με $\delta(x)$ και η μαζική παροχή της μάζας συμπύκνωσης (ρυθμός συμπύκνωσης) με \dot{m} .

Παρατηρείται μετάδοση θερμότητας από την διεπιφάνεια, διαμέσου του υμένα στη πλάκα όπως και διατμητική τάση στη διεπιφάνεια υγρού-αερίου που συνεπάγεται βαθμίδες ταχύτητας στην αέρια και υγρή φάση.

Θεωρώντας ότι η ροή είναι στρωτή και ότι οι ιδιότητες του ρευστού είναι σταθερές οι **πλήρεις εξισώσεις οριακής στοιβάδας** για τον υμένα είναι:

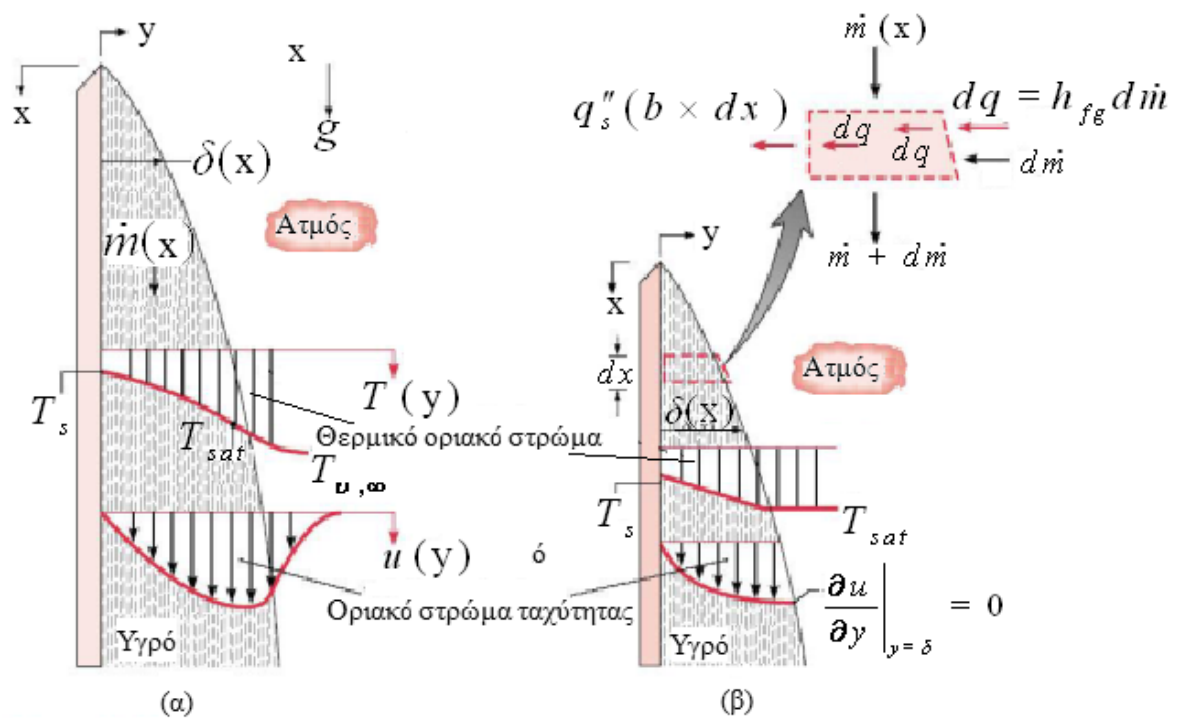
$$\frac{\partial u_L}{\partial x} + \frac{\partial v_L}{\partial y} = 0$$
$$u_L \frac{\partial u_L}{\partial x} + v_L \frac{\partial u_L}{\partial y} = \frac{(\rho_L - \rho_v)g}{\rho_L} + \nu_L \frac{\partial^2 u_L}{\partial y^2}$$
$$u_L \frac{\partial T_L}{\partial x} + v_L \frac{\partial T_L}{\partial y} = \alpha_L \frac{\partial^2 T_L}{\partial y^2}$$

Η ανάλυση απλοποιείται με τις εξής υποθέσεις (**ανάλυση Nusselt**):

Η αέρια φάση είναι σε ομοιόμορφη θερμοκρασία $T_{v,\infty} = T_{sat}$ και επομένως η μετάδοση θερμότητας στη διεπιφάνεια γίνεται μόνο με συμπύκνωση του ρευστού και όχι με θερμική αγωγή (αποβάλλεται μόνο η λανθάνουσα θερμότητα).

Η διατμητική τάση στη διεπιφάνεια θεωρείται αμελητέα και ίση με μηδέν, $\left. \frac{du_L}{dy} \right|_{y=\delta} = 0$.

Η μεταφορά ορμής και ενέργειας λόγω της κίνησης του υγρού είναι πολύ μικροί και οι αντίστοιχοι όροι μηδενίζονται. Η μεταφορά θερμότητας μέσω της στοιβάδας γίνεται μόνο με αγωγή.



Σχήμα 4.5.1: Συμπύκνωση υμένα (α) χωρίς απλουστεύσεις, (β) με απλουστεύσεις – ανάλυση Nusselt

Με βάση τις παραπάνω υποθέσεις οι εξισώσεις οριακής στοιβάδας υγρού ξαναγράφονται ως εξής (βλέπε Σχήμα 4.5.1):

$$\frac{(\rho_L - \rho_v)g}{\rho_L} + \nu_L \frac{\partial^2 u_L}{\partial y^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 u_L}{\partial y^2} = -\frac{g}{\mu_L}(\rho_L - \rho_v)$$

$$\frac{\partial^2 T_L}{\partial y^2} = 0, \quad T_L(0) = T_s \quad T_L(\delta) = T_{sat} \quad \Rightarrow \quad T_L(y) = T_s + \frac{y}{\delta}(T_{sat} - T_s)$$

Ολοκληρώνουμε την εξίσωση ορμής δύο φορές και εφαρμόζοντας τις οριακές συνθήκες

$u_L(0) = 0$ και $\left. \frac{du_L}{dy} \right|_{y=\delta} = 0$ βρίσκουμε την κατανομή ταχύτητας:

$$u_L(y) = \frac{g(\rho_L - \rho_v)\delta^2}{\mu_L} \left[\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 \right]$$

Η μαζική παροχή ανά μονάδα μήκους είναι

$$\frac{\dot{m}(x)}{b} = \int_0^{\delta(x)} \rho_L u_L(y) dy = \frac{g \rho_L (\rho_L - \rho_v) \delta(x)^3}{3 \mu_L} = \Gamma(x)$$

Το πάχος του υμένα (οριακής στοιβάδας) $\delta(x)$ υπολογίζεται από το ισοζύγιο ενέργειας στο στοιχειώδη όγκο αναφοράς με μοναδιαίο πλάτος και μήκος dx (Σχήμα 4.5.1).

Η θερμορροή dq που εισέρχεται στον υμένα ισούται με τη λανθάνουσα θερμότητα h_{fg} που ελευθερώνεται κατά την συμπύκνωση της αέριας φάσης. Αφού οι όροι μεταφοράς θερμότητας λόγω της κίνησης του ρευστού απαλείφονται η θερμορροή dq θα ισούται με τη θερμορροή q_s'' προς την επιφάνεια: $dq = h_{fg} d\dot{m} = q_s''(b \times dx)$

Επίσης, αφού η κατανομή T_L είναι γραμμική η θερμορροή q_s'' προς την επιφάνεια, από το νόμο του Fourier είναι: $q_s''(x) = \frac{k_L}{\delta(x)}(T_{sat} - T_s)$

Συνδυάζοντας τις τρεις παραπάνω σχέσεις προκύπτει:

$$\frac{d\dot{m}}{dx} = \frac{q_s'' b}{h_{fg}} = \frac{bd\Gamma}{dx} \Rightarrow \frac{d\Gamma}{dx} = \frac{q_s''}{h_{fg}} = \frac{k_L(T_{sat} - T_s)}{\delta h_{fg}}$$

Επίσης, από την εξίσωση μαζικής παροχής έχουμε ότι

$$\frac{d\Gamma}{dx} = \frac{g\rho_L(\rho_L - \rho_v)\delta^2}{\mu_L} \frac{d\delta}{dx} \Rightarrow \Gamma(x) = \frac{g\rho_L(\rho_L - \rho_v)}{3\mu_L} \delta^3$$

Εξισώνοντας τη δεξιά πλευρά των δύο παραπάνω εξισώσεων προκύπτει

$$\frac{g\rho_L(\rho_L - \rho_v)\delta^2}{\mu_L} \frac{d\delta}{dx} = \frac{k_L(T_{sat} - T_s)}{\delta h_{fg}} \Rightarrow \delta^3 d\delta = \frac{k_L\mu_L(T_{sat} - T_s)}{g\rho_L(\rho_L - \rho_v)h_{fg}} dx$$

και ολοκληρώνοντας βρίσκουμε το πάχος του υμένα:

$$\delta(x) = \left[\frac{4k_L\mu_L(T_{sat} - T_s)}{g\rho_L(\rho_L - \rho_v)h_{fg}} x \right]^{1/4}$$

Το αποτέλεσμα αυτό αντικαθίσταται στην εξίσωση μαζικής παροχής και βρίσκουμε το $\Gamma(x)$ (ή το $\dot{m}(x)$):

$$\frac{\dot{m}(x)}{b} = \Gamma(x) = \frac{1}{3} \left[\frac{g\rho_L(\rho_L - \rho_v)}{\mu_L} \right]^{1/4} \left[\frac{4k_L(T_{sat} - T_s)}{h_{fg}} x \right]^{3/4}$$

Η θερμορροή στην επιφάνεια μπορεί να γραφεί ως

$$q_s''(x) = \frac{k_L}{\delta(x)} (T_{sat} - T_s) = h_x (T_{sat} - T_s),$$

όπου $h_x = k_L / \delta$ είναι ο τοπικός συντελεστής συναγωγής

Τα παραπάνω αποτελέσματα βελτιώνονται εάν λάβουμε υπόψη τη μεταφορά θερμότητας λόγω της κίνησης του ρευστού εισάγοντας την τροποποιημένη λανθάνουσα θερμότητας σύμφωνα με τη σχέση

$$h'_{fg} = h_{fg} + 0.68c_{p,L} (T_{sat} - T_s) = h_{fg} (1 + 0.68Ja)$$

όπου $Ja = \frac{c_{p,L} (T_{sat} - T_s)}{h_{fg}}$ είναι ο αριθμός Jacob (είναι ο λόγος της αισθητής προς τη λανθάνουσα θερμότητα).

Τότε αντικαθιστούμε στις σχέσεις που βρήκαμε το h_{fg} με h'_{fg} και γράφουμε

$$\delta(x) = \left[\frac{4k_L \mu_L (T_{sat} - T_s)}{g \rho_L (\rho_L - \rho_v) h'_{fg}} x \right]^{1/4} \quad \text{και} \quad h_x = \left[\frac{g \rho_L (\rho_L - \rho_v) k_L^3 h'_{fg}}{4 \mu_L (T_{sat} - T_s) x} \right]^{1/4}$$

Ο μέσος συντελεστής συναγωγής είναι

$$\bar{h}_L = \frac{1}{L} \int_0^L h_x dx = \frac{4}{3} h_L = 0.943 \left[\frac{g \rho_L (\rho_L - \rho_v) k_L^3 h'_{fg}}{\mu_L (T_{sat} - T_s) L} \right]^{1/4} = \frac{4}{3} \frac{k_L}{\delta(L)}$$

Ο μέσος αριθμός Nusselt είναι

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}_L L}{k_L} = 0.943 \left[\frac{g \rho_L (\rho_L - \rho_v) h'_{fg}}{\mu_L k (T_{sat} - T_s) L} \right]^{1/4}$$

Όλες οι ιδιότητες του υγρού θα πρέπει να υπολογίζονται στη μέση θερμοκρασία του υμένα $T_f = (T_{sat} + T_s) / 2$, ενώ τα ρ_v και h'_{fg} στη θερμοκρασία T_{sat} .

Η συνολική θερμοροή προς τη πλάκα είναι

$$q = \bar{h}_L A (T_{sat} - T_s)$$

και η συνολική συμπυκνώσιμη παροχή μάζας είναι

$$\dot{m} = \frac{q}{h'_{fg}} = \frac{\bar{h}_L A (T_{sat} - T_s)}{h'_{fg}}$$

Η θεωρία αυτή εφαρμόζεται και σε συμπύκνωση υμένα σε κεκλιμένη πλάκα αντικαθιστώντας το g με $g \cos \theta$ όπου θ η γωνία ανάμεσα στη πλάκα και τη κάθετη διεύθυνση. Επίσης, η θεωρία εφαρμόζεται και σε εσωτερικές ή εξωτερικές επιφάνειες κάθετων κυλινδρικών αγωγών εάν η ακτίνα $R \gg \delta$.

Η επίλυση των αρχικών εξισώσεων οριακής στοιβάδας χωρίς τις υποθέσεις που διατυπώσαμε και με τις κατάλληλες οριακές συνθήκες περιγράφεται στο βιβλίο του L. C. Bermeister “Convective Heat Transfer”, Παράγραφος 14.4, σελίδα 644 και οδηγεί στο βελτιωμένο αποτέλεσμα που περιλαμβάνει τον αριθμό Jacob.

4.6 Τυρβώδης ροή σε συμπύκνωση υμένα σε κάθετη πλάκα

Συνήθως η ροή στον υμένα συμπύκνωσης είναι στρωτή. Όμως σε μερικές περιπτώσεις η ροή είναι τυρβώδης. Αυτό συμβαίνει σε πλάκες με μεγάλο μήκος ή σε σειρές οριζόντιων κυλινδρικών σωλήνων.

Το κριτήριο μετάβασης από τη στρωτή αρχικά στη μεταβατική και στη συνέχεια στη τυρβώδη ροή είναι ο αριθμός Reynolds:

$$Re = \frac{\rho_L \bar{u} D_h}{\mu_L} = \frac{\rho_L \bar{u} (4\delta)}{\mu_L} = \frac{4\Gamma}{\mu_L} = \frac{4\dot{m}}{\mu_L b} = Re_\delta$$

όπου \bar{u} είναι η μέση ταχύτητα στον υμένα και 4δ η υδραυλική διάμετρος.

Παρατηρούνται οι εξής τρεις περιοχές:

Re ≤ 30: Στρωτή ροή

30 ≤ Re ≤ 1800: Μεταβατική ροή ή στρωτή με κυματισμούς (αρχικά εμφανίζονται κύματα στην διεπιφάνεια, ενώ στον υπόλοιπο υμένα η ροή παραμένει στρωτή και στη συνέχεια επεκτείνονται σε όλη τη στοιβάδα)

Re ≥ 1800: Τυρβώδης ροή

Η μετάδοση θερμότητας αυξάνει σημαντικά καθώς μεταβαίνουμε από την στρωτή στη τυρβώδη ροή.

Στη στρωτή ροή αντικαθιστούμε στον αριθμό Reynolds τη σχέση που έχουμε βρει

$$\Gamma(x) = \frac{g \rho_L (\rho_L - \rho_v) \delta(x)^3}{3\mu_L} = \frac{\dot{m}}{b}$$

και ο αριθμός Reynolds γράφεται $Re_{\delta} = \frac{4g\rho_L(\rho_L - \rho_v)\delta(x)^3}{3\mu_L^2}$.

Όπως έχουμε υπολογίσει $\bar{h}_L = \frac{4}{3}h_L = \frac{4}{3}\left(\frac{k_L}{\delta(L)}\right) \Rightarrow \delta(L) = \frac{4}{3}\frac{k_L}{\bar{h}_L}$

Θεωρώντας ότι $\rho_L \gg \rho_v$ και αντικαθιστώντας τη τιμή του $\delta(L)$ προκύπτει

$$Re = \frac{4g\rho_L^2\left(\frac{4}{3}\frac{k_L}{\bar{h}_L}\right)^3}{3\mu_L^2} \Rightarrow \left(\frac{\bar{h}_L}{k_L}\right)^3 \frac{\mu_L^2}{g\rho_L^2} = \left(\frac{4}{3}\right)^4 \frac{1}{Re} \Rightarrow \frac{\bar{h}_L}{k_L} \left(\frac{v_L^2}{g}\right)^{1/3} = \left(\frac{4}{3}\right)^{4/3} \frac{1}{Re^{1/3}} \Rightarrow$$

$$\bar{h}_L = 1.47k_L \left(\frac{g}{v_L^2}\right)^{1/3} Re^{-1/3}, \quad Re \leq 30$$

Στη μεταβατική περιοχή προτείνεται η σχέση

$$\bar{h}_L = \frac{Re}{1.08Re^{1.22} - 5.2} k_L \left(\frac{g}{v_L^2}\right)^{1/3}, \quad 30 \leq Re \leq 1800$$

και στη τυρβώδη περιοχή η σχέση

$$\bar{h}_L = \frac{Re}{8750 + 58Pr^{-0.5}(Re^{0.75} - 253)} k_L \left(\frac{g}{v_L^2}\right)^{1/3}, \quad Re \geq 1800.$$

Γραφικές παραστάσεις των τριών σχέσεων υπολογισμού του μέσου συντελεστή συναγωγής δίδονται στο Σχήμα 4.6.1. Οι σχέσεις έχουν επαληθευθεί πειραματικά για νερό.

Στις παραπάνω εξισώσεις ο αριθμός Reynolds σχετίζεται με το πάχος του υμένα στη θέση $x = L$. Για να εφαρμοστούν λοιπόν οι σχέσεις αυτές θα πρέπει να υπολογιστεί ο αριθμός Reynolds.

Αυτό επιτυγχάνεται από τον ορισμό του αριθμού Reynolds και από την ολική μαζική παροχή συμπίκνωσης που έχει ήδη υπολογισθεί από τη σχέση

$$\dot{m} = \frac{q}{h'_{fg}} = \frac{\bar{h}_L A (T_{sat} - T_s)}{h'_{fg}}$$

Αντικαθιστώντας το \dot{m} στο αριθμό Reynolds βρίσκουμε

$$Re = \frac{4}{\mu_L b} \frac{\bar{h}_L A (T_{sat} - T_s)}{h'_{fg}} = \frac{4\bar{h}_L L (T_{sat} - T_s)}{\mu_L h'_{fg}}$$

και στη συνέχεια αντικαθιστώντας το \bar{h} από τις τρεις παραπάνω σχέσεις προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις για τον αριθμό Reynolds:

$$\text{Re} = 3.78 \left[\frac{k_L L (T_{sat} - T_s)}{\mu_L h'_{fg} (v_L^2 / g)^{1/3}} \right]^{3/4} \quad \text{Re} \leq 30$$

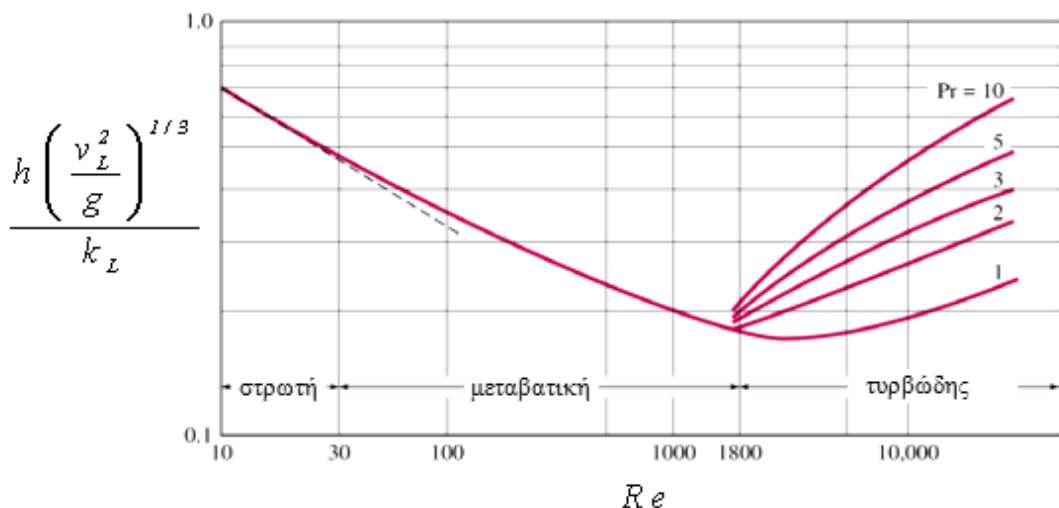
$$\text{Re} = \left[\frac{3.70 k_L L (T_{sat} - T_s)}{\mu_L h'_{fg} (v_L^2 / g)^{1/3}} + 4.8 \right]^{0.82} \quad 30 \leq \text{Re} \leq 1800$$

$$\text{Re} = \left[\frac{0.069 k_L L (T_{sat} - T_s) \text{Pr}_L^{0.5} - 151 \text{Pr}_L^{0.5} + 253}{\mu_L h'_{fg} (v_L^2 / g)^{1/3}} \right]^{4/3} \quad \text{Re} \geq 1800$$

Επομένως αρχικά υπολογίζονται από τις παραπάνω σχέσεις τρεις αριθμοί Reynolds και επιλέγεται αυτός που βρίσκεται στο σωστό εύρος τιμών. Στη συνέχεια η τιμή του \bar{h} προκύπτει από τη σχέση

$$\bar{h} = \text{Re} \frac{\mu_L h'_{fg}}{4L(T_{sat} - T_s)}$$

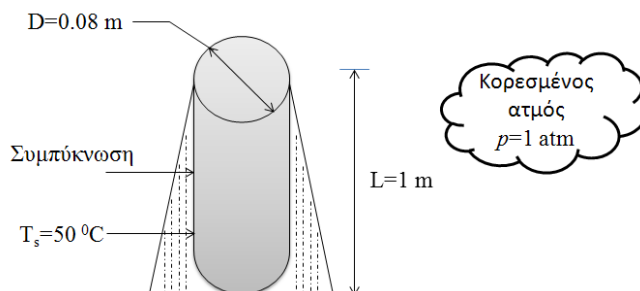
Παρατηρούμε ότι καθώς αυξάνει η διαφορά $T_{sat} - T_s$ ο μέσος συντελεστής μεταφοράς θερμότητας \bar{h} μειώνεται και αυτό οφείλεται στη αύξηση του συμπυκνώματος.



Σχήμα 4.6.1: Καμπύλες του αδιάστατου συντελεστή συναγωγής ως προς τον αριθμό Reynolds στη στρωτή, μεταβατική και τυρβώδη περιοχή.

Παράδειγμα 4.3:

Η εξωτερική επιφάνεια κάθετου αγωγού μήκους 1 m και $D = 80$ mm εκτίθεται σε κορεσμένο ατμό σε ατμοσφαιρική πίεση και διατηρείται σε $T_s = 50$ °C λόγω ροής ψυχρού νερού εντός του αγωγού (βλέπε Σχήμα 4.3.2). Ζητείται η ειδική θερμορροή και ο ρυθμός συμπύκνωσης?



Σχήμα 4.6.2: Συμπύκνωση υμένα εξωτερικά κάθετου αγωγού

Υπόθεση: Το πάχος της συμπύκνωσης είναι μικρό σε σχέση με την διάμετρο του κυλίνδρου.

Ιδιότητες: κορεσμένος ατμός ($p = 1.0133$ bars): $T_{sat} = 100$ °C, $\rho_v = 0.596$ kg/m³, $h_{fg} = 2257$ kJ/kg. κορεσμένο υγρό ($T_f = 75$ °C): $\rho_L = 975$ kg/m³, $\mu_L = 375 \times 10^{-6}$ Pa s, $k_L = 0.668$ W/m K, $c_{p,L} = 4193$ J/kg K, $\nu_L = 385 \times 10^{-9}$ m²/s.

Υπολογίζουμε τον αριθμό Jacob

$$Ja = \frac{c_{p,L}(T_{sat} - T_s)}{h_{fg}} = \frac{4193(100 - 50)}{2257 \times 10^3} = 0.0929$$

και υπολογίζουμε την τροποποιημένη λανθάνουσα θερμότητα

$$h'_{fg} = h_{fg} (1 + 0.68Ja) = 2257 \times 1.0632 = 2400 \text{ kJ/kg}$$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τον αριθμό Reynolds από τη σχέση μεταβατικής συμπύκνωσης:

$$Re = \left[\frac{3.70k_L L (T_{sat} - T_s)}{\mu_L h'_{fg} (\nu_L^2 / g)^{1/3}} + 4.8 \right]^{0.82} = 1177$$

Παρατηρούμε ότι ο αριθμός Reynolds που υπολογίσαμε βρίσκεται στο διάστημα [30, 1800] άρα πρόκειται για τη σωστή σχέση, η ροή όντως είναι στη μεταβατική περιοχή και ο αριθμός Reynolds είναι 1177.

Στη συνέχεια η τιμή του μέσου συντελεστή συναγωγής \bar{h} προκύπτει από τη σχέση

$$\bar{h} = \text{Re} \frac{\mu_L h'_{fg}}{4L(T_{sat} - T_s)} = 5300 \text{ W / m}^2 \text{ K}$$

και αντίστοιχα η μέση ειδική θερμοροή είναι

$$q = \bar{h}_L A (T_{sat} - T_s) = \bar{h}_L \pi D L (T_{sat} - T_s) = 66.6 \text{ kW}$$

Ο ρυθμός συμπύκνωσης υπολογίζεται από

$$\dot{m} = \frac{q}{h'_{fg}} = 0.0276 \text{ kg / s}$$

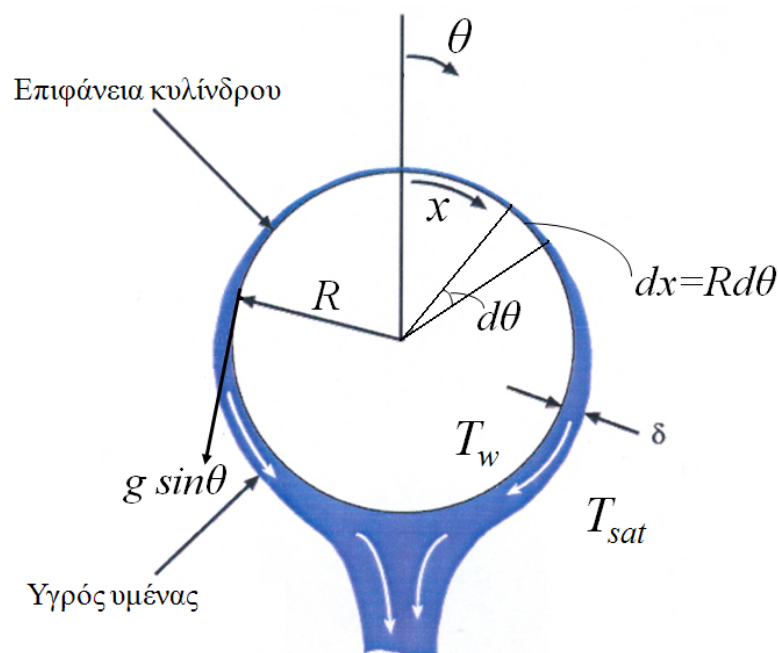
Το πάχος του υμένα στη θέση L υποθέτοντας στρωτή ροή είναι:

$$\delta(L) = \left[\frac{4k_L \mu_L (T_{sat} - T_s)}{g \rho_L (\rho_L - \rho_v) h'_{fg}} x \right]^{1/4} = 0.218 \text{ mm}$$

Παρατηρούμαι ότι $\delta(L) \ll D/2$ και η αρχική υπόθεση επαληθεύεται.

4.7 Συμπύκνωση υμένα εξωτερικά οριζόντιων κυλινδρικών αγωγών

Η ανάλυση Nusselt επεκτείνεται σχετικά εύκολα σε συμπύκνωση υμένα γύρω από μονό κυλινδρικό αγωγό (Σχήμα 4.7.1). Αυτό επιτυγχάνεται ορίζοντας τη πολική γωνία $\theta = x/R$ και ακολουθώντας τα ίδια βήματα όπως και στη στρωτή ροή σε συμπύκνωση υμένα σε κάθετη πλάκα.



Σχήμα 4.7.1: Συμπύκνωση υμένα εξωτερικά οριζόντιου κυλινδρικού αγωγού

Μετά από μαθηματική επεξεργασία προκύπτει ότι ο μέσος συντελεστής μεταφοράς θερμότητας είναι

$$\bar{h}_{horizontal} = C \left[\frac{k_L^3 g \rho_L (\rho_L - \rho_v) h_{fg}}{\mu_L (T_{sat} - T_s) D} \right]^{1/4}, \quad C = 0.729 \text{ (κύλινδρος)}, \quad C = 0.826 \text{ (σφαίρα)}.$$

Οι ιδιότητες του υγρού υπολογίζονται στη θερμοκρασία $(T_{sat} + T_s)/2$ και οι ποσότητες ρ_v και h_{fg} στη θερμοκρασία T_{sat} .

Παίρνοντας το λόγο των μέσων συντελεστών μεταφοράς θερμότητας με συμπύκνωση υμένα για οριζόντιο και κάθετο αγωγό προκύπτει

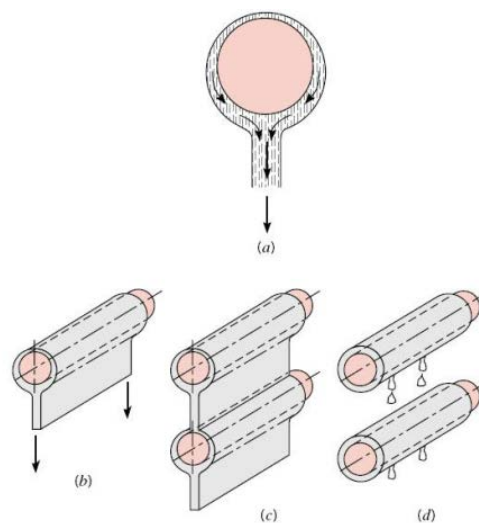
$$\frac{\bar{h}_{vertical}}{\bar{h}_{horizontal}} = 1.29 \left(\frac{D}{L} \right)^{1/4}$$

Επομένως όταν $L = 2.77D$ τότε οι δύο συντελεστές είναι ίσοι, ενώ για $L > 2.77D$ ο συντελεστής \bar{h} είναι μεγαλύτερος για οριζόντιο αγωγό. Στη πράξη, τις περισσότερες φορές το μήκος του αγωγού είναι τουλάχιστον μία τάξη μεγαλύτερο από τη διάμετρό του και για το λόγο συνήθως οι συμπυκνωτές κατασκευάζονται με οριζόντιες συστοιχίες αγωγών.

Όταν έχουμε κατακόρυφη συστοιχία οριζόντιων αγωγών (Σχήμα 4.7.2) ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας είναι

$$\bar{h}_{horizontal, Nubes} = 0.729 \left[\frac{k_L^3 g \rho_L (\rho_L - \rho_v) h_{fg}}{\mu_L (T_{sat} - T_s) ND} \right]^{1/4} = \frac{1}{N^{1/4}} \bar{h}_{horizontal}$$

όπου N ο αριθμός των οριζόντιων αγωγών σε μία κατακόρυφη συστοιχία.



Σχήμα 4.7.2: (a) και (b) μονός αγωγός, (c) και (d) κατακόρυφη συστοιχία δύο οριζόντιων αγωγών.

Παράδειγμα 4.4: Συμπυκνωτής που αποτελείται από 144 αγωγούς, μήκους 8m και διαμέτρου 0.03m, σε διάταξη 12×12 λειτουργεί σε πίεση $P_{sat} = 4.25 \text{ kPa}$, ενώ οι επιφάνειες των αγωγών διατηρούνται σε θερμοκρασία $T_s = 20^\circ\text{C}$. Να υπολογισθεί ο ρυθμός συμπύκνωσης.

Δεδομένα: $P_{sat} = 4.25 \text{ kPa}$, $N = 12$, $l = 8 \text{ m}$, $d = 0.03 \text{ m}$, $T_s = 20^\circ\text{C}$

Για $P_{sat} = 4.25 \text{ kPa}$ βρίσκουμε $T_{sat} = 30^\circ\text{C}$, $\rho_v = 0.0231 \text{ kg/m}^3$, $h_{fg} = 2431 \text{ kJ/kg}$

Για θερμοκρασία υμένα $T = (T_{sat} + T_s) / 2 = (30 + 20) / 2 = 25^\circ\text{C}$ έχουμε

$\rho_l = 997.0 \text{ kg/m}^3$, $c_{p,l} = 4180 \text{ J/(kg K)}$, $k_l = 0.607 \text{ W/(m K)}$, $\mu_l = 0.891 \times 10^{-3} \text{ kg/(m s)}$

Τροποποιημένη λανθάνουσα θερμότητα εξάτμισης:

$$h_{fg}^* = h_{fg} + 0.68 C_{p,l} (T_{sat} - T_s) = 2459.4 \text{ kJ/(kg K)}$$

$$\text{Αφού } \rho_v \ll \rho_l, h_{12 \text{ σωλήνων}} = 0.729 \left[\frac{g \rho_l (\rho_l - \rho_v) h_{fg}^* k_l^3}{\mu_l (T_{sat} - T_s) d} \right]^{1/4} = 8676.38 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$$

$$\text{Για τους 12 οριζόντιους αγωγούς της στήλης ισχύει: } h_{12 \text{ σωλήνων}} = \frac{h_{1 \text{ σωλήνα}}}{N^{1/4}} = 4661.68 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$$

$$\text{Συνολική επιφάνεια αγωγών: } A = 12 \times 12 \times \pi l d = 108.57 \text{ m}^2$$

$$\text{Συνολικός ρυθμός μεταφοράς θερμότητας είναι: } \dot{Q} = A h_{12 \text{ σωλήνων}} (T_{sat} - T_s) = 5061.2 \text{ kW}$$

$$\text{Επομένως ο ρυθμός συμπύκνωσης είναι: } \dot{Q} = \dot{m} h_{fg}^* \Rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{Q}}{h_{fg}^*} = 2.08 \text{ kg/s}$$