ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ

5η Ενότητα Ασκήσεων (επιστροφή με e-mail έως 25/11)

1. Δείξτε ότι η εσωτερική τάση ρευστού ως προς μία στοιχείωδη επιφάνεια τυχαίου προσανατολισμού $\underline{n}$ εκφράζεται συναρτήσει του τοπικού τανυστή τάσης από τη σχέση $\underline{f} = \underline{n} \cdot \underline{\underline{\sigma}}$ ή $f_j = n_i \sigma_{ij}$ Δικαιολογήστε γιατί ο τανυστής τάσης είναι συμμετρικός $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$.

2. Το μοντέλο ιξωδοελαστικής συμπεριφοράς του Mawxell απαρτίζεται από ένα ελατήριο και έναν αποσβεστήρα σε σειρά. Τα δύο εξαρτήματα συνεισφέρουν αντίστοιχα την ελαστική και την ιξώδη συμπεριφορά σύμφωνα με τις καταστατικές εξισώσεις $\tau = G\gamma$ και $\tau = G\dot{\gamma}$, όπου τ είναι η τάση και γ η παραμόρφη κάθε εξαρτήματος, και με τελεία συμβολίζονται οι χρονικές μεταβολές τους.
(α) Δείξτε ότι το μοντέλο Mawxell περιγράφεται από την εξίσωση $\tau + \lambda\dot{\tau} = \mu\dot{\gamma}$, όπου $\lambda = G/\mu$ είναι ο χαρακτηριστικός χρόνος χαλάρωσης.
(β) Περιγράψτε γραφικά τη χρονική μεταβολή του μοντέλου όταν στην αρχή των χρόνων επιβληθεί σταθερή παραμόρφωση γ_0.
(γ) Περιγράψτε γραφικά τη χρονική μεταβολή του μοντέλου όταν στην αρχή των χρόνων επιβληθεί σταθερή τάση τ_0, η οποία απομακρύνεται μετά παρέλευση χρόνου t_0.

3. Θεωρήστε ένα σημείο πάνω σε ακίνητο στερεό τοίχωμα που αποτελεί σύνορο ασυμπίεστης ροής. Ορίστε τοπικό σύστημα συντεταγμένων ώστε το τοίχωμα να είναι στο επίπεδο xz και το κάθετο διάνυσμα στη διεύθυνση y. Χρησιμοποιείστε τις συνοριακές συνθήκες μη-ολίσθησης και μη-διείσδυσης για να απλοποιήσετε την έκφραση της δύναμης που ασκείται τοπικά στο τοίχωμα. Ειδικότερα, αποδείξτε ότι για τις σχετικές συνιστώσες του τανυστή τάσης ισχύει:

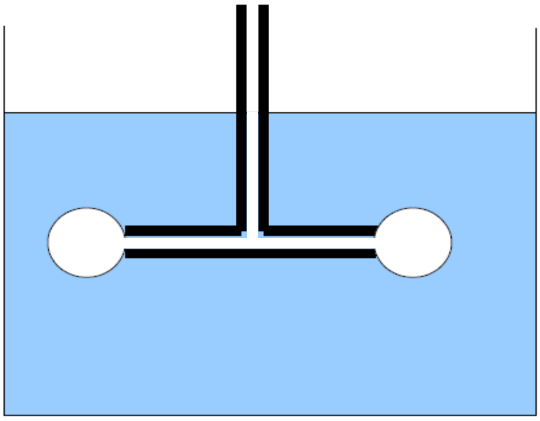
$$\sigma_{yx} = \mu \frac{\partial u_x}{\partial y}\ , \qquad \sigma_{yz} = \mu \frac{\partial u_z}{\partial y}\ , \qquad \sigma_{xx} = -p$$

4. Υπολογίστε το πάχος, D, της ηλεκτρικής διπλοστοιβάδας που αναπτύσσεται σε στερεή επιφάνεια εμβαπτισμένη σε υδατικό διάλυμα NaCl συγκέντρωσης C_0 mol/m^3, όταν η πυκνότητα φορτίου στην επιφάνεια είναι σ Cb/m^2. Θεωρήστε την επιφάνεια επίπεδη, έτσι ώστε το ηλεκτρικό δυναμικό να μεταβάλλεται μόνον κατά την κάθετη διεύθυνση z, και λάβετε υπόψη τα εξής.
(α) Το ηλεκτρικό δυναμικό, φ, εξαρτάται από την τοπική πυκνότητα ηλεκτρικού φορτίου, ρ, σύμφωνα με τον νόμο του Gauss $d^2\varphi/dz^2 = -\rho/(\varepsilon_0\varepsilon)$, όπου ε η διηλεκρική σταθερά του υγρού.
(β) Η τοπική συγκέντρωση θετικών και αρνητικών ιόντων, C_+, C_-, ικανοποιεί τη σχέση ισορροπίας του Boltzmann, με δυναμική ενέργεια $U = \pm F\varphi$, ενώ η πυκνότητα φορτίου είναι $\rho = F(C_+ - C_-)$. Η σταθερά του Faraday είναι το φορτίο ενός mol θετικών ιόντων.
(γ) Η διαφορική εξίσωση που προκύπτει για το ηλεκτρικό δυναμικό μπορεί να λυθεί εύκολα στο όριο χαμηλών συγκεντρώσεων ($e^{\varepsilon} \approx 1 + \varepsilon$) και δίνει ηλεκτρικό δυναμικό που μειώνεται εκθετικά με την απόσταση από την επιφάνεια ($\varphi \sim e^{z/D}$).
(δ) Το τελικό αποτέλεσμα είναι $D = (\varepsilon_0\varepsilon RT/2F^2C_0)^{1/2}$.

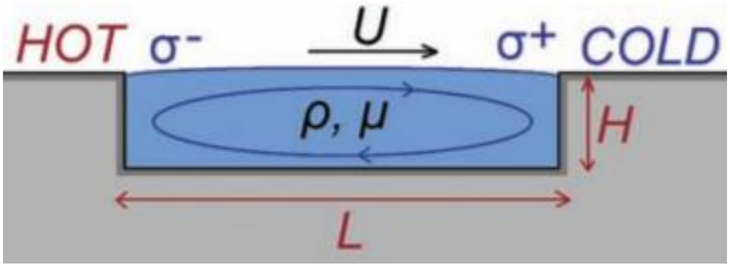
5. Σε ένα πεδίο ροής που έχει χαρακτηριστικά μεγέθη ταχύτητας και μήκους U και L αντίστοιχα, ορίστε τον αδιάστατο τριχοειδή αριθμό (Ca) που συγκρίνει τις τριχοειδείς προς τις ιξώδεις δυνάμεις και τον αδιάστατο αριθμό Weber (We) που συγκρίνει τις τριχοειδείς προς τις αδρανειακές δυνάμεις.

6. Αναζητούμε χαρακτηριστικά μεγέθη μήκους και ταχύτητας για το φαινόμενο του βρασμού.
(α) Εξετάστε ποιες δυνάμεις ενεργούν πάνω σε μία φυσαλίδα ατμού προσκολημένη στη θερμή επιφάνεια. Με βάση την ισορροπία των δυνάμεων αυτών, ορίστε ένα χαρακτηριστικό μήκος.
(β) Η θερμορροή από το τοίχωμα προς το κορεσμένο υγρό είναι q[=]W/m^2 και η ενθαλπία εξάτμισης του υγρού Δh[=]J/kg. Με βάση τα μεγέθη αυτά, ορίστε μία χαρακτηριστική ταχύτητα για την υγρή φάση. Ποια η φυσική σημασία αυτής της ταχύτητας;

7. Το σχήμα παριστάνει διπλό ακροφύσιο διαμέσου του οποίου τροφοδοτείται ελεγχόμενη ποσότητα αέρα σε δοχείο νερού, ώστε να σχηματιστούν στα άκρα του "ταφ" δύο ισομεγέθεις φυσαλίδες.
(α) Θα επιτύχει το πείραμα; Εξετάστε αν το σύστημα των δύο φυσαλίδων είναι ευσταθές, και ειδικότερα τί θα συμβεί αν υπάρξει προς στιγμήν μία μικρή διαφορά στην ακτίνα των δύο φυσαλίδων.
(β) Εφόσον διαπιστώσετε ότι το σύστημα είναι ασταθές, προσπαθήστε να μαντέψετε ποια θα είναι η τελική κατάσταση ευσταθούς ισορροπίας.



8. Το σχήμα παριστάνει ροή λόγω τάσεων Marangoni σε μία σχισμή μήκους L και βάθους H. Αν η επιφανειακή τάση του υγρού μεταβάλλεται με τη θερμοκρασία σύμφωνα με τη σχέση $d\gamma/dT = \kappa$ και στα χείλη της σχισμής διατηρείται διαφορά θερμοκρασίας ΔT, αποδείξτε ότι η τάξη μεγέθους της ταχύτητας ροής που αναπτύσσεται είναι



$$U \sim \frac{\kappa\, \Delta T}{\mu}\frac{H}{L}$$