Π Α Ν Ε Π Ι Σ Τ Η Μ Ι Ο Θ Ε Σ Σ Α Λ Ι Α Σ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΝΤΟΧΗΣ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Λεωφόρος Αθηνών
Πεδίον Άρεως
38334 Βόλος

Διευθυντής: Καθηγητής Ν. Αράβας
Τηλ.: 2421-074 002
FAX: 2421-074 009
e-mail: aravas@uth.gr

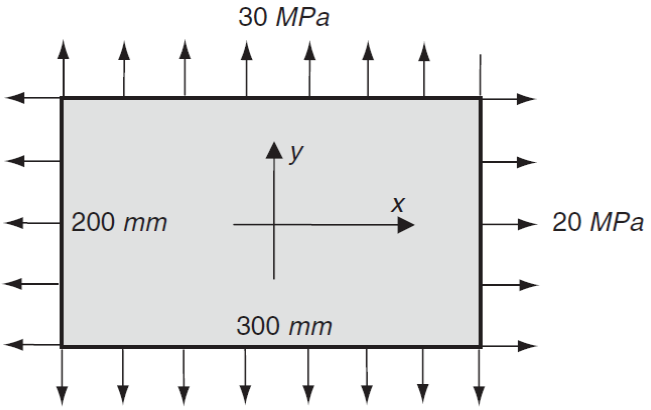
ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ Ι

Σειρά Ασκήσεων 5

Πρόβλημα 1

Η χαλύβδινη πλάκα του σχήματος έχει πάχος 4 mm και φορτίζεται όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογιστούν οι μεταβολές των διαστάσεων της πλάκας. $(E = 220\ \text{GPa}, \nu = 0.3)$

Απάντηση: $\Delta\ell_x = 0.015\ \text{mm}$, $\Delta\ell_y = 0.022\ \text{mm}$.



Πρόβλημα 2

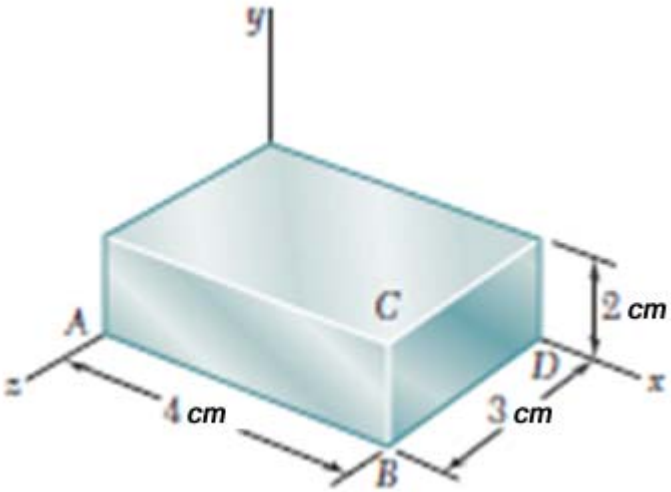
Το χαλύβδινο παραλληλεπίπεδο το σχήματος φορτίζεται με ομοιόμορφη πίεση p σε όλες τις έδρες του. Η μεταβολή του μήκους της ακμής AB είναι -1.2×10^{-3} cm. Να υπολογιστούν

a) η μεταβολή του μήκους των άλλων δύο βασικών ακμών,

b) η πίεση p που ασκείται.

Δεδομένα: $E = 200$ GPa και $\nu = 0.29$.

Απάντηση: a) $\delta_y = -0.6\times10^{-3}$ cm, $\delta_z = -0.9\times10^{-3}$ cm, b) $p = -143$ MPa.



Πρόβλημα 3

Οι μη-μηδενικές συνιστώσες του τανυστή των απειροστών παραμορφώσεων σε μία λεπτή πλάκα αλουμινίου $(E = 74\ \text{GPa},\ \nu = 0.33)$ είναι $\varepsilon_{xx} = 0.002$, $\varepsilon_{yy} = 0.001$, και $\varepsilon_{xy} = 0.001$.

a) Να υπολογιστούν οι κύριες τάσεις στην πλάκα.

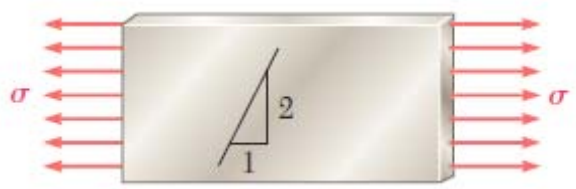
b) Να υπολογιστεί η ορθή τάση στην κατεύθυνση 20° αντιωρολογιακά από τον άξονα x.

Απάντηση: a) $\sigma_1 = 308\ \text{MPa}$, $\sigma_2 = 183\ \text{MPa}$, $\sigma_3 = 0$, b) $\sigma'_{xx} = 303\ \text{MPa}$.

Πρόβλημα 4

Μία πλάκα αλουμινίου $(E = 74\ \text{GPa},\ \nu = 0.33)$ φορτίζεται με αξονική τάση $\sigma = 125\ \text{MPa}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Πριν την εφαρμογή του φορτίου, χαράζουμε στην πλάκα μία γραμμή με κλίση 2:1. Να υπολογιστεί η κλίση της γραμμής μετά την επιβολή του φορτίου.

Απάντηση: 1.9951 : 1.



Πρόβλημα 5

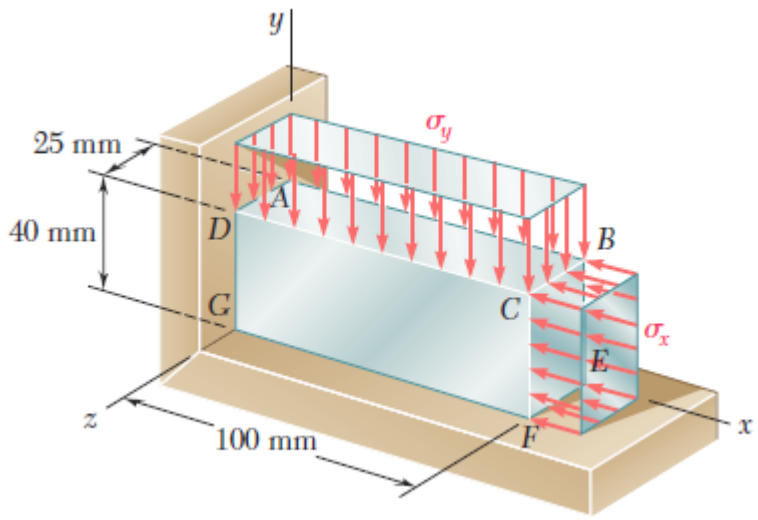
Το παραλληλεπίπεδο του σχήματος είναι φτιαγμένο από κράμα μαγνησίου ($E = 45\ \text{GPa}$, $\nu = 0.35$). Είναι γνωστό ότι $\sigma_x = -180\ \text{MPa}$. Να υπολογιστούν

a) η τιμή της σ_y για την οποία το ύψος του παραλληλεπιπέδου δεν μεταβάλλεται,

b) η αντίστοιχη μεταβολή του εμβαδού της επιφάνειας $ABCD$,

c) η αντίστοιχη μεταβολή του όγκου του παραλληλεπιπέδου.

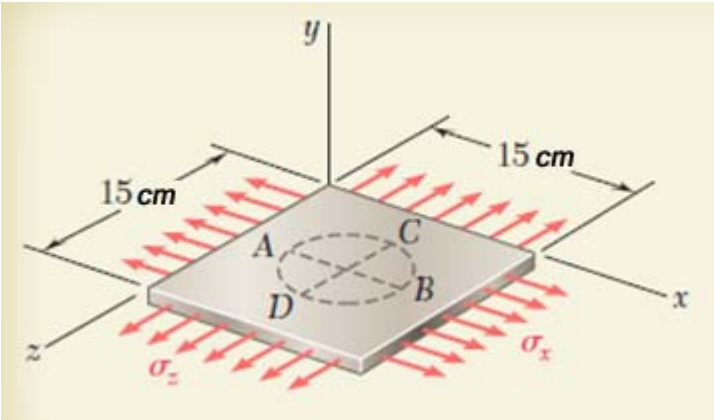
Απάντηση: a) $-63.0\ \text{MPa}$, b) $-4.07\ \text{mm}^2$, c) $-162\ \text{mm}^3$.



Πρόβλημα 6

Στην πλάκα αλουμινίου του σχήματος ($E = 69$ GPa, $\nu = 1/3$, πάχος $t = 0.75$ cm) χαράζουμε κύκλο διαμέτρου $d = 9$ cm. Κατόπιν η πλάκα φορτίζεται έτσι ώστε $\sigma_x = 80$ MPa και $\sigma_z = 140$ MPa. Να υπολογιστεί η μεταβολή a) του μήκους της διαμέτρου AB, b) του μήκους της διαμέτρου CD, c) του πάχους της πλάκας, d) του όγκου της πλάκας.

Απάντηση: a) $\Delta AB = 0.0048$ cm, b) $\Delta CD = 0.0144$ cm, c) $\Delta t = -0.0008$ cm,
d) $\Delta V = 0.18$ cm^3.



Πρόβλημα 7

Ένα χαλύβδινο στοιχείο $(E = 200\text{ GPa},\ \nu = 0.29)$ φορτίζεται έτσι ώστε $\sigma_{xx} = -80$ MPa, $\sigma_{yy} = 100$ MPa, και $\sigma_{xy} = 50$ MPa.

a) Να υπολογιστούν οι κύριες τάσεις και οι κύριες παραμορφώσεις.
b) Να υπολογιστεί η ορθή παραμόρφωση στην κατεύθυνση 20° ωρολογιακά από τον άξονα x.
c) Ένα κριτήριο σχεδιασμού για το στοιχείο είναι η μέγιστη διατμητική τάση να μην υπερβαίνει την τιμή $\tau_{\max} = 80$ MPa. Ικανοποιείται αυτό το κριτήριο;

Απάντηση: a) $\sigma_1 = 113$ MPa, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -93$ MPa,
$\varepsilon_1 = 7\times10^{-4}$, $\varepsilon_2 = -0.3\times10^{-4}$, $\varepsilon_3 = -6.3\times10^{-4}$,
b) $\varepsilon'_{xx} = -6.2\times10^{-4}$, c) $\tau_{\max} = 103$ MPa>80 MPa.

Πρόβλημα 8

Το ορθογώνιο έλασμα του σχήματος είναι ομοιογενές, ισότροπο και γραμμικώς ελαστικό με μέτρο ελαστικότητας $E = 200\,\text{GPa}$ και λόγο Poisson $\nu = 0.3$. Η εντατική κατάσταση στο έλασμα είναι ομοιόμορφη και προσδιορίζεται από τον πίνακα του τανυστή των τάσεων

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix} \qquad \text{με} \qquad \sigma_{22} = 20\,\text{MPa}\,.$$

Στο έλασμα είναι γνωστά τα εξής:

i) η ορθή τάση σ στο επίπεδο που είναι παράλληλο με τον άξονα X_3 και σχηματίζεται γωνία 30° με την οριζόντια πλευρά του ελάσματος (όπως φαίνεται στο σχήμα) είναι $\sigma = 30.5\,\text{MPa}$,

ii) η ορθή συνιστώσα του απειροστού τανυστή των παραμορφώσεων στην κατεύθυνση X_2 είναι $\varepsilon_{22} = 71.5 \times 10^{-6}$,

iii) η ορθή συνιστώσα του απειροστού τανυστή των παραμορφώσεων στην κατεύθυνση X_3 μηδενίζεται.

Ζητείται να υπολογιστούν τα εξής:

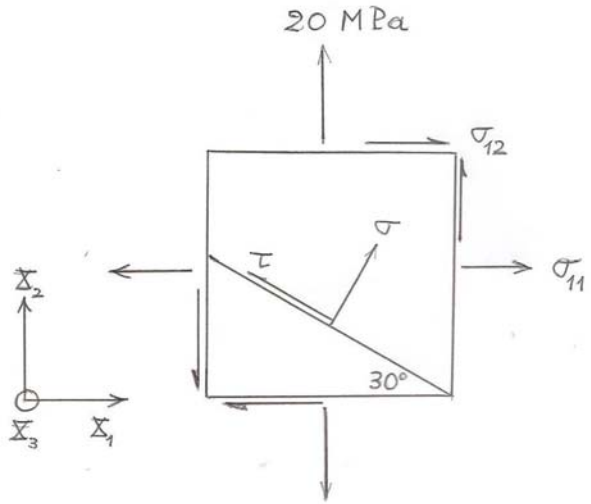
a) η εντατική κατάσταση στο έλασμα,

b) η μέγιστη και η ελάχιστη ορθή τάση στο έλασμα και τα επίπεδα στα οποία εμφανίζονται,

c) η μέγιστη διατμητική τάση στο επίπεδο $X_1 - X_2$ του ελάσματος και η μέγιστη διατμητική τάση σε οποιαδήποτε κατεύθυνση.

Απάντηση: a) $\sigma_{11} = 10\ \text{MPa}$, $\sigma_{33} = 9\ \text{MPa}$, $\sigma_{12} = 20.8\ \text{MPa}$,

b) $\Sigma_{\max} = 36.4\ \text{MPa}$, $\mathbf{n} = 0.619\,\mathbf{e}_1 + 0.785\,\mathbf{e}_2$,

$\Sigma_{\min} = -6.4\ \text{MPa}$, $\mathbf{n} = 0.785\,\mathbf{e}_1 - 0.619\,\mathbf{e}_2$,

c) $\tau_{\max} = 21.4\ \text{MPa}$ και στις δύο περιπτώσεις.